

CENTRO UNIVERSITÁRIO DO SUL DE MINAS
ENGENHARIA MECÂNICA
RONAN LEONEL QUERINO

N. CLASS.	2623 833
CUTTER	04
ANO/EDIÇÃO	2013

ANÁLISE DE TENSÃO NO PÉ DO DENTE DE UMA ENGRENAGEM
CILÍNDRICA DE DENTES RETOSPOR ELEMENTOS FINITOS

Varginha
2013

FEPEMIG

RONAN LEONEL QUERINO

**ANÁLISE DE TENSÃO NO PÉ DO DENTE DE UMA ENGRENAGEM
CILÍNDRICA DE DENTES RETOSPOR ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho apresentado ao curso de Engenharia Mecânica do centro Universitário do Sul de Minas – UNIS/MG como pré-requisito para obtenção do grau de bacharel sob orientação do Prof.Me. João Mário Mendes de Freitas.

**Varginha
2013**

RONAN LEONEL QUERINO

**ANÁLISE DE TENSÃO NO PÉ DO DENTE DE UMA ENGRENAGEM
CILÍNDRICA DE DENTES RETOSPOR ELEMENTOS FINITOS**

Monografia apresentado ao curso de Engenharia
Mecânica do centro Universitário do Sul de Minas –
UNIS/MG como pré-requisito para obtenção do grau de
bacharel pela Banca examinadora composta pelos
membros:

Aprovado em / /

Prof.Me. João Mário Mendes de Freitas

Prof.Me. Luiz Carlos Vieira Guedes

Prof. Esp. Luciene de Oliveira Prósperi

OBS.:

Dedico este trabalho a todas as pessoas que
contribuíram de alguma forma para sua
realização.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas barreiras ultrapassadas,
a minha família por sempre me apoiar e
mestres por orientar.

“A imaginação é mais importante que o conhecimento.”

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo, validar o resultado teórico da tensão máxima atuante no pé do dente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, através de simulações computacionais por elementos finitos. Partindo desse objetivo, foi realizada uma revisão bibliográfica a respeito dos cálculos necessários para obtenção da tensão máxima no pé do dente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos de acordo com o regimento da norma DIN 780. Na sequência, foi-se calculada a tensão máxima teórica no pé do dente da engrenagem. A fim de simular o comportamento da tensão no pé do dente da engrenagem, foi projetado o tridimensional da engrenagem com todas as especificações necessárias para que fosse possível realizar as análises computacionais corretamente. Por fim, realizou-se a simulação do engrenamento por elementos finitos e as devidas análises e conclusões foram tomadas.

Palavras-chave: Engrenagens. Tensão máxima. Simulação.

ABSTRACT

This study aims to validate the theoretical result of the maximum stress acting on the foot of the tooth of a spur gear cylindrical through computer simulations by finite elements. Based on this goal, we conducted a literature review about the calculations necessary to obtain the maximum stress on the foot of the tooth of a spur gear cylindrical according to DIN 780 Regiment. Following, we calculated theoretical maximum voltage at the foot of the gear tooth. In order to simulate the behavior of the voltage at the foot of the gear tooth, we designed the three-dimensional gear with all the specifications required for it to be possible to perform computational analysis correctly. Finally, we carried out the simulation of meshing for finite element and appropriate analyzes and conclusions were made.

Keywords: *Gears. Maximum voltage. Simulation.*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01 – Engrenagens.....	13
Figura 02 – Engrenagem cilíndrica de dentes retos.....	14
Figura 03 – Engrenagens helicoidais.....	14
Figura 04 – Engrenagens cônicas.....	15
Figura 05 – Engrenagens parafuso-coroa-sem-fim.....	15
Figura 06 – Características geométricas da engrenagem DIN 780.....	16
Figura 07 – Relação entre largura da engrenagem e diâmetro primitivo.....	17
Figura 08 – Força tangencial atuante no dente da engrenagem.....	21
Figura 09 – Esquema do problema.....	22
Figura 10 – Fundamentos da construção do perfil da engrenagem.....	28
Figura 11 – Perfil do dente da engrenagem desenhada no Catia.....	28
Figura 12 – Dente da engrenagem extrudado.....	29
Figura 13 – Revolução dos dentes da engrenagem.....	29
Figura 14 – Engrenagem com furo e rasgo de chaveta.....	30
Figura 15 - Engrenagem para cálculo.....	31
Figura 16 – Diâmetro de trabalho da engrenagem.....	32
Figura 17 – Força aplicada na direção do diâmetro de trabalho.....	32
Figura 18 - Tensão no pé do dente da engrenagem.....	33
Figura 19 – Detalhe da tensão máxima.....	33

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 ENGRENAGENS.....	13
2.1 Tipos de engrenagens.....	14
2.1.1 Engrenagem cilíndrica de dentes retos	14
2.1.2 Engrenagens helicoidais.....	14
2.1.3 Engrenagens cônicas.....	15
2.1.4 Parafuso-coroa-sem-fim.....	15
3 REFERENCIAL TEÓRICO DE CÁLCULOS.....	16
3.1 Relação entre a largura da engrenagem e diâmetro primitivo.....	17
3.2 Módulo.....	17
3.2.1 Módulos normalizados DIN 780.....	18
3.3 Relação de transmissão da engrenagem (i).....	18
3.4 Dimensionamento da engrenagem.....	19
3.4.1 Critério de desgaste.....	19
3.4.2 Fator durabilidade (W).....	19
3.4.3 Pressão admissível (p_{adm}).....	20
3.5 Carga tangencial (F_t).....	20
3.6 Tensão máxima no pé do dente da engrenagem ($\varphi_{m\acute{a}x}$).....	21
4 RESOLUÇÃO DOS CÁLCULOS DA ENGRENAGEM CILÍNDRICA DE DENTES RETOS	22
4.1 Descrições do problema.....	22
4.2 Cálculos teóricos.....	23
4.2.1 Tensão máxima teórica atuante no pé do dente ($\varphi_{m\acute{a}x}$).....	26
5 SOBRE O PROGRAMA DE ENGENHARIA CATIA.....	27
5.1 Elaboração do dente da engrenagem no programa CATIA.....	27
5.2 Construção do perfil da engrenagem.....	27
5.3 Conversão do esboço em 3D.....	29
5.4 Revolução dos dentes da engrenagem.....	29
5.5 Furo e rasgo de chaveta.....	30
6 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS.....	31
6.1 Ensaio da tensão no pé do dente.....	31
7 CONCLUSÃO.....	35
REFERÊNCIAS.....	36
ANEXO A.....	37
ANEXO B.....	38
ANEXO C.....	39

1 INTRODUÇÃO

Denomina-se engrenagem a peça de formato cilíndrico (engrenagem cilíndrica), cônico (engrenagem cônica) ou reto (cremalheira), dotada de dentadura externa ou interna, cuja finalidade é transmitir movimento sem deslizamento e potência, multiplicando esforços com a finalidade de gerar trabalho.

Diante das diversas aplicabilidades do uso destes elementos, as análises em busca de aperfeiçoamento não param de evoluir, para atender às mais restritas exigências de qualidade, segurança e durabilidade para utilização em componentes industriais, automotivos, agrícolas e etc.

No ramo da engenharia, soluções analíticas só são disponíveis para problemas simples, estas soluções fazem algumas simplificações e podem não prever alguns casos práticos. Por isso a simulação computacional por elementos finitos é importante, pois ela permite resolver problemas simples ou complexos a fim de representar uma solução mais próxima possível do real.

A partir disso, este trabalho tem o objetivo de validar o resultado de um problema teórico a respeito de engrenagens, através da simulação por elementos finitos.

Este estudo será de grande relevância para desenvolvimento de uma engrenagem, pois, além de validar os métodos teóricos para o desenvolvimento de uma engrenagem, os recursos computacionais, reduzem o custo por teste, uma vez que permite aproximar o modelo, diminuindo o número de ensaios e redução do tempo de entrada no mercado.

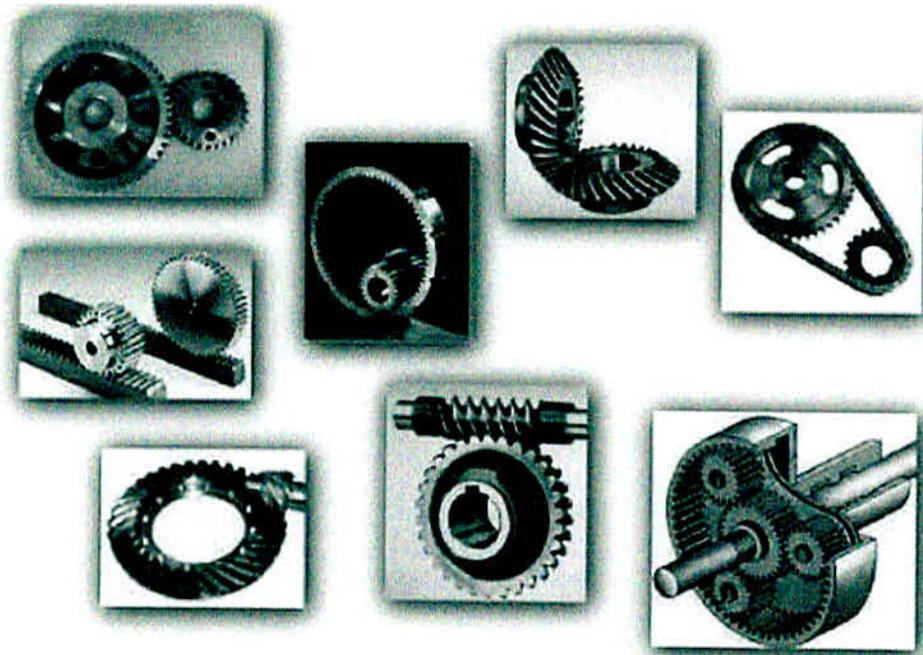
O trabalho será desenvolvido a partir de pesquisas bibliográficas com o objetivo de levantar o máximo de dados e informações para sustentar os conceitos discutidos.

2ENGRENAGENS

Engrenagens são dispositivos utilizados na transmissão de movimentos rotativos. Um engrenamento consiste praticamente de dois cilindros em que seus dentes são fabricados. Essa transmissão ocorre por meio dos contatos entre esses dentes. A engrenagem é um elemento rígido, por isso a necessidade do atendimento de algumas características especiais(SANTOSJÚNIOR, 2013).

É facilmente encontrar engrenagens numa infinidade de sistemas que transmitem movimento. Um dos casos mais simplificados do uso da engrenagem está nos antigos batedores de ovos, em que um conjunto de engrenagens transmite o movimento circular de uma manivela de um plano vertical para o movimento circular de duas peças em um plano horizontal.Conforme figura 1, existe uma variedade de engrenagens que podem ser utilizadas para alterar o tipo de movimento (aumentando a força ou a velocidade) e para alteração do plano e sentido do movimento.A partir disso, nota se que as engrenagens podem ser bastante úteis quando pretende se transmitir um movimento contínuo como, por exemplo, de um motor, mudando suas características (BRAGA, 2010).

Figura 01 – Engrenagens



Fonte: (MAZZO, 2013, p.108).

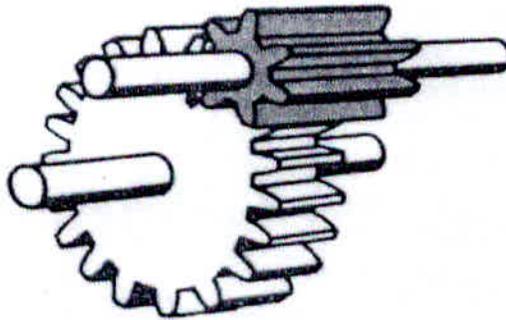
2.1 Tipos de engrenagens

Cada tipo de engrenagem é destinado a alguma função distinta, as engrenagens são classificadas como: engrenagem cilíndrica de dentes retos, engrenagens helicoidais, engrenagens cônicas e parafuso-coroa-sem-fim.

2.1.1 Engrenagem cilíndrica de dentes retos

Engrenagens cilíndricas de dentes retos são rodas dentadas, cujos dentes são retos e paralelos ao eixo. São usadas para transmitir potência entre árvores paralelas quando estas não estão muito afastadas e quando se deseja uma razão de velocidade constante. A relação de transmissão é a mesma que seria obtida por dois cilindros imaginários comprimidos um contra o outro, girando sem deslizamento (GENEROSO, 2009, p. 51).

Figura 02 – Engrenagem cilíndrica de dentes retos



Fonte: (GENEROSO, 2009, p. 51).

2.1.2 Engrenagens helicoidais

Os dentes são dispostos transversalmente em forma de hélice em relação ao eixo. É usada em transmissão fixa de rotações elevadas por ser silencioso devido a seus dentes estarem em componente axial de força que deve ser compensada pelo mancal ou rolamento. Serve para transmissão de eixos paralelos entre si e também para eixos que formam um ângulo qualquer entre si (normalmente 60 ou 90°) (GENEROSO, 2009, p. 53).

Figura 03 – Engrenagens helicoidais

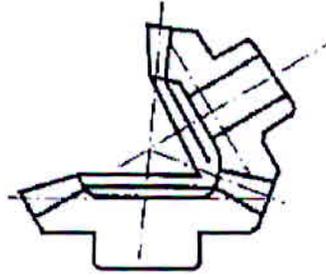


Fonte: (GENEROSO, 2009, p. 53).

2.1.3 Engrenagens cônicas

Essas engrenagens possuem o formato de um tronco de cones que se cruzam perpendicularmente uma em relação à outra, e os dentes desse tipo de engrenagem podem ser retos ou inclinados em relação ao eixo de rotação da engrenagem (MELCONIAN, 2008).

Figura 04 – Engrenagens cônicas

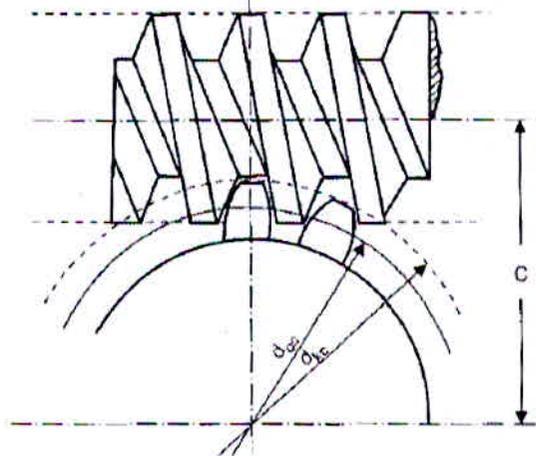


Fonte: (MELCONIAN, 2008, p. 151).

2.1.4 Parafuso-coroa-sem-fim

São utilizados para redução de transmissão de 1:1 a 5:1 (em redução) em que permitem a transmissão de altas potências e elevado rendimento (ALMACINHA, 2002).

Figura 05 – Engrenagens parafuso-coroa-sem-fim



Fonte: (MELCONIAN, 2008, p. 164).

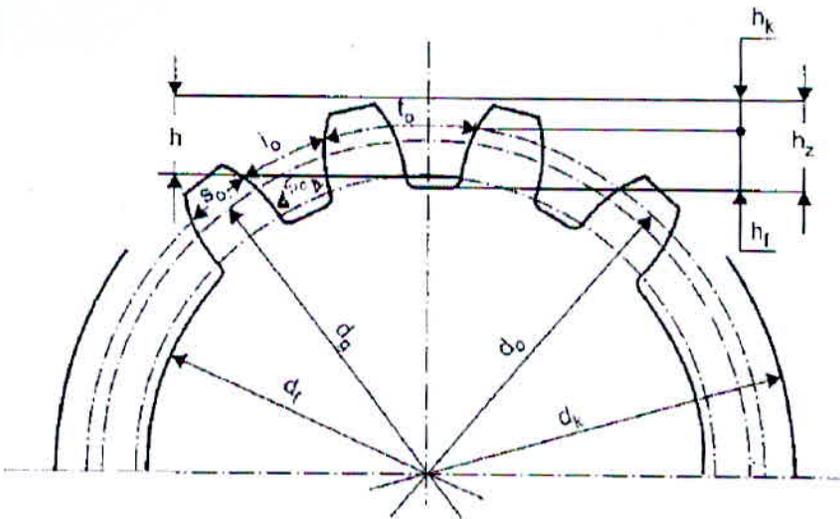
3 REFERENCIAL TEÓRICO DE CÁLCULOS

Para Santos Júnior (2003), a engrenagem é um elemento rígido, por isso a necessidade do atendimento de algumas características especiais, a principal é a não variação de velocidades nos pontos de contato no momento da transmissão do movimento. Essas variações ocasionam perda do contato ou o travamento.

A partir disso, para o bom desempenho da transmissão de movimento da engrenagem tipo cilíndrica de dentes retos, é necessário atender a características geométricas, que para esse trabalho serão regidas pela norma DIN 780.

Para iniciar, na figura abaixo possuem as todas as características geométricas de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos determinados pela norma DIN 780.

Figura 06 – Características geométricas da engrenagem DIN 780



Fonte: (MELCONIAN, 2008, p. 96).

Sabendo-se que o objetivo dos cálculos é a obtenção da tensão teórica máxima atuante no pé do dente da engrenagem, das características geométricas da figura 6, apenas serão necessárias o diâmetro primitivo (d_0) e ângulo de pressão (α).

O círculo primitivo ou de passo é um círculo teórico sobre o qual todos os cálculos geralmente se baseiam; seu diâmetro é o diâmetro primitivo (NISBETT, 2008, p. 681).

Diâmetro primitivo (d_0) é o produto do módulo (m) pelo número de dentes (z).

$$d_0 = m \cdot z \quad (01)$$

Para Santos Júnior (2003), o ângulo de pressão (α) da engrenagem pode assumir valores como 20° , 25° e $14,5^\circ$, o valor de 20° é o mais utilizado na maioria das vezes, o valor de 25° é utilizado em engrenagem fabricadas na América do Norte. Nesse trabalho o ângulo de pressão (α) será 20° .

A partir de agora serão apresentadas as fórmulas que caracterizam os parâmetros da engrenagem cilíndrica de dentes retos.

3.1 Relação entre a largura da engrenagem e diâmetro primitivo

Segundo Melconian Sarkis (2008), para que uma engrenagem cilíndrica de dentes retos esteja bem dimensionada, é necessário que o quociente da largura do dente (b) pelo diâmetro primitivo (d_0) obedeça algumas relações conforme figura 7.

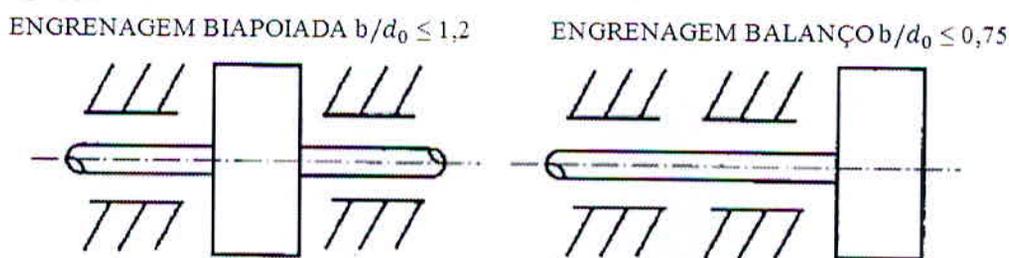
$$\frac{b}{d_0} \quad (02)$$

Em que:

b = Largura do dente [mm]

d_0 = Diâmetro primitivo [mm]

Figura 07 – Relação entre largura da engrenagem e diâmetro primitivo



Fonte: (MELCONIAN, 2008, p. 99).

3.2 Módulo

Engrenagens devem ter o mesmo módulo para que os espaços entre os dentes sejam compatíveis. Nota-se que a engrenagem não tem o mesmo módulo, quando o primeiro dente entra em contato, porém o segundo não acopla ao correspondente (SANTOS JÚNIOR, 2003).

$$m = \frac{d_0}{z_1} \quad (03)$$

Em que:

d_0 = Diâmetro primitivo [mm]

z_1 = Número de dentes [adimensional]

3.2.1 Módulos normalizados DIN 780

Os módulos são normalizados para permitir o maior intercâmbio de ferramentas defabricação. Isso não significa que os módulos tenham que ser os recomendados, mas que é mais fácil encontrar ferramentas para confeccionar engrenagens com os seguintes módulos (em mm): 0,2 a 1,0 com incrementos de 0,1 mm; 1,0 a 4,0 com incrementos de 0,25 (SANTOS JÚNIOR, 2003, p. 05).

Tabela01 – Módulo normalizado DIN 780

Módulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00

Fonte: (MELCONIAN, 2008, p. 99).

3.3 Relação de transmissão da engrenagem (i)

Engrenagens são utilizadas para transmitir o movimento de um eixo rotativo para outro, na sequência tem se a equação que caracteriza a transmissão (MELCONIAN, 2008).

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{d_{02}}{d_{01}} \quad (04)$$

Em que:

i = Relação de transmissão da engrenagem [adimensional]

z_i = Número de dentes [adimensional]

d_{0i} = Diâmetro primitivo [mm]

O índice “1” denota a engrenagem motriz e o índice “2” denota a engrenagem movida.

3.4 Dimensionamento da engrenagem

Nessa etapa serão demonstradas as fórmulas necessárias para o dimensionamento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos de acordo com a norma DIN 780.

3.4.1 Critério de desgaste

A equação abaixo deve ser utilizada no dimensionamento de engrenagens com ângulo de pressão $\alpha = 20^\circ$ e número de dentes de 18 a 40 (MELCONIAN, 2008).

O produto entre b_1 e d_{01}^2 representa o volume mínimo que a engrenagem necessita ter para ser capaz de transmitir a potência “P”, a uma determinada rotação “n”, sob uma pressão “p” (TOTI, 2012).

$$b_1 d_{01}^2 = 5,72 \cdot 10^5 \cdot \frac{M_t}{p_{adm}^2} \cdot \frac{i \pm 1}{i \pm 0,14} \cdot \varphi \quad (05)$$

O sinal positivo “+” é utilizado para engrenamentos externos.

O sinal negativo “-” é utilizado para engrenamentos internos.

Em que:

b_1 = Largura do dente da engrenagem [mm]

d_{01} = Diâmetro primitivo da engrenagem [mm]

M_t = Momento torçor no pinhão [N.mm]

p_{adm} = Pressão admissível [MP_a (N/mm²)]

i = Relação de transmissão z_2/z_1 [adimensional]

φ = Fator de serviço [adimensional] (anexo C)

3.4.2 Fator durabilidade (W)

Vários são os fatores que influenciam na durabilidade das engrenagens, os mais significantes são aqueles em que esta relacionada ao tipo de material. Alguns outros tipos de fatores como concentração de tensão, tensões residuais provenientes do processo de

fabricação, raio de arredondamento da raiz do dente influenciam na durabilidade, porém é difícil de estimar teoricamente (TOTI, 2012).

Baseado no método de MelconianSarkis(2008), o fator durabilidade é representado pela equação 6.

$$W = \frac{60 n_p h}{10^6} \quad (06)$$

Em que:

h = Duração do par [horas]

n_p = Rotação da engrenagem [RPM]

3.4.3 Pressão admissível (p_{adm})

Para MelconianSarkis(2008), a pressão (p_{adm}) é representada por uma expressão que contém a dureza em Brinell e o fator durabilidade da equação 6.

$$p_{adm} = \frac{0,487.HB}{W^{1/6}} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (07)$$

Em que:

HB = Dureza Brinell [N/mm²] (anexo A)

W = Fator durabilidade [adimensional]

3.5 Carga tangencial(F_t)

A carga tangencial " F_t " é responsável pelos movimentos das engrenagens, sendo também carga que origina momento fletor, tendendo a romper por flexão no pé do dente (MELCONIAN, 2008, p. 100).

A força tangencial é determinada pela equação:

$$F_t = \frac{M_t}{r_0} \quad (08)$$

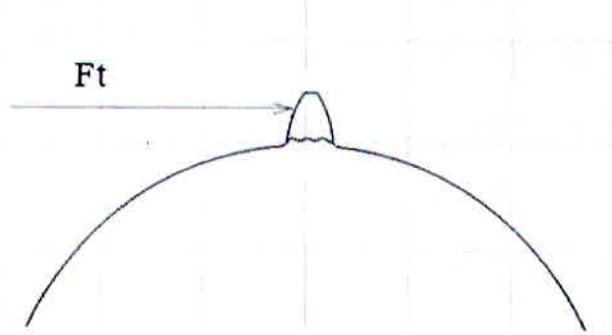
Em que:

$$r_0 = \text{Raio primitivo } \frac{d_0}{2} \text{ [mm]}$$

$$M_t = \text{Torque [Nmm]}$$

$$d_0 = \text{Diâmetro primitivo da engrenagem [mm]}$$

Figura 08–Força tangencial atuante no dente da engrenagem



Fonte: o autor.

3.6 Tensão máxima no pé do dente da engrenagem ($\varphi_{m\acute{a}x}$)

Essa é a equação da tensão máxima atuante no pé do dente da engrenagem em questão. Essa equação utiliza a resistência dos materiais para sua análise, a força tangencial (F_t) causa na base do dente o momento fletor, força cortante e normal. A tensão no pé do dente deve ser menor ou igual à tensão admissível do material indicado (TOTI, 2012).

$$\varphi_{m\acute{a}x} = \frac{F_t q \varphi}{b m} \leq \varphi_{material} \quad (09)$$

Em que:

$$F_t = \text{Carga tangencial [N]}$$

$$q = \text{Fator de forma [adimensional] (anexo B)}$$

$$\varphi = \text{Fator de serviço [adimensional] (anexo C)}$$

$$b = \text{Largura do dente do pinhão [mm]}$$

$$m_n = \text{Módulo normalizado [mm]}$$

$$\varphi_{material} = \text{Tensão admissível do material [N/mm}^2\text{]}$$

4 RESOLUÇÃO DOS CÁLCULOS DA ENGENHAGEM CILÍNDRICA DE DENTES RETOS

Como visto anteriormente, foi realizado um estudo bibliográfico do método teórico para determinação da tensão máxima atuante no pé do dente.

A partir disso, segue agora o passo a passo da determinação da tensão máxima atuante no pé do dente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, de um problema que será apresentado a seguir.

4.1 Descrições do problema

A engrenagem será acionada por um motor de $P = 11032,5$ Watts que opera com a rotação de 1140 RPM ($\omega = 38\pi$ rad./s).

Material utilizado: SAE 4340.

Dureza: 58 HRC, e a duração prevista para 10000h.

As engrenagens atuarão em eixos de transmissão de carga uniforme, com tempo de serviço máximo de 10h diárias.

Segue algumas considerações:

$b_1/d_{01} = 0,25$ (relação entre a largura e o diâmetro primitivo da engrenagem).

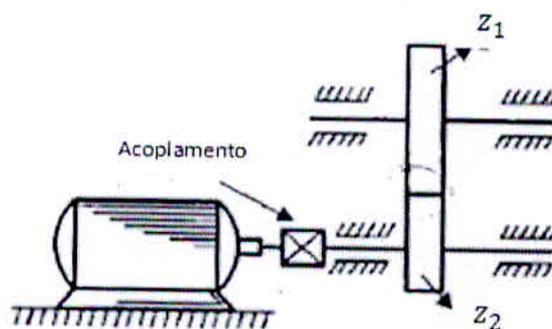
$\alpha = 20^\circ$ (ângulo de pressão).

$z_1 = 29$ dentes (engrenagem em estudo).

$z_2 = 110$ dentes (engrenagem maior).

Segue abaixo o esquema do problema.

Figura 09–Esquema do problema



(CONIAN, 2008, p.115).

4.2 Cálculos teóricos

Conforme o esboço da figura 9, como a árvore da engrenagem a ser analisada está acoplada ao eixo do motor, conclui-se que o torque na engrenagem em estudo, é o torque do motor, portanto torque na engrenagem é definido pela equação abaixo.

$$M_T = \frac{30 \cdot P}{\pi \cdot n} \quad (10)$$

$$M_T = 92140 \text{ Nmm} \quad (11)$$

Em que:

P = Potência (Watts)

n = Rotação (RPM)

Relação de transmissão (i)

Da equação 4 define que:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{d_{02}}{d_{01}}$$

$$i = \frac{110}{29} = 3,79 \quad (12)$$

Fator durabilidade (W)

Fator durabilidade conforme equação 6.

$$W = \frac{60 n_p h}{10^6}$$

$$\frac{60 \cdot 1140 \cdot 10000}{10^6} = 684 \quad (13)$$

$$W^{1/6} = 2,9 \quad (14)$$

A dureza especificada da engrenagem é de 58 HRC que corresponde aproximadamente a 6000 HB, ou seja, 6000 N/mm² (anexoA).

Pressão admissível (p_{adm})

Da equação 7 define que:

$$p_{adm} = \frac{0,487 \cdot HB}{W^{1/6}}$$

$$p_{adm} = \frac{0,487 \cdot 6000}{2,97} = 984 \text{ N/mm}^2 \quad (15)$$

Fator de serviço (φ)

O fator de serviço é obtido através na tabela AGMA (anexoC), considerando eixo de transmissão, carga uniforme e para funcionamento de 10 h diárias é $\varphi = 1$.

Volume mínimo ($b_1 d_{01}^2$)

Partindo do critério de desgaste da equação 5, calcula-se o volume mínimo da engrenagem, conforme segue:

$$b_1 d_{01}^2 = 5,72 \cdot 10^5 \cdot \frac{92140}{9,84^2} \cdot \frac{4,79}{3,93} \cdot 1 \quad (16)$$

$$b_1 d_{01}^2 = 66343 \text{ mm}^3 \quad (17)$$

Módulo do engrenamento (m)

Partindo da equação 17.

$$b_1 d_{01}^2 = 66343 \text{ mm}^3 \text{ (I)} \quad \text{Volume mínimo}$$

$$\frac{b_1}{d_{01}} = 0,25 = b_1 = 0,25 d_{01} \text{ (II)} \quad (18)$$

$$0,25 d_{01} \cdot d_{01}^2 = 66343 \quad (19)$$

$$d_{01} = \sqrt[3]{66343/0,25} \quad (20)$$

$$d_{01} = 64,3 \text{ mm} \quad (21)$$

Portanto, equação 3 é definida por:

$$m = \frac{d_{01}}{z_1}$$

$$m = \frac{64,3}{29} = 2,21 \text{ mm} \quad (22)$$

Da tabela 1 definimos o módulo normalizado de 2,0 é igual a 2,25 mm.

Recálculo do diâmetro primitivo ($d_{01(R)}$)

Com o módulo normalizado, faz se necessário o recálculo do diâmetro primitivo que é definido como o produto do módulo normalizado pelo número de dentes da engrenagem calculada conforme a seguir na equação 23.

$$d_{01(R)} = m_n \cdot z_1 \quad (23)$$

$$d_{01(R)} = 2,25 \cdot 29 = 65,25 \text{ mm} \quad (24)$$

Largura da engrenagem (b_1)

A partir de agora se calcula a largura da engrenagem através da equação 17.

$$b_1 d_{01}^2 = 66343$$

$$b_1 = \frac{66343}{d_{01}} = \frac{66343}{65,25^2} = 16 \text{ mm} \quad (25)$$

Resistência à flexão no pé do dente

Essa é a etapa de calcular as variáveis que compõem a equação de tensão máxima no pé do dente, que é a equação que fornecerá o resultado teórico desse trabalho.

Partindo da equação 8 correspondente a força tangencial (F_t).

$$F_t = \frac{M_t}{r_0} = \frac{92140}{32,625} = 2825 \text{ N} \quad (26)$$

Fator de forma (q)

Como $z_1 = 29$ dentes, encontramos na tabela (anexo B), fator $q = 3,0835$.

4.2.1 Tensão máxima teórica atuante no pé do dente ($\varphi_{m\acute{a}x}$)

Da equação 9, nota-se que:

$$\varphi_{m\acute{a}x} = \frac{F_t q \varphi}{b m} \leq \varphi_{material} = \frac{2825 \cdot 3,0835 \cdot 1}{16,25} = 242 \text{ N/mm}^2 \quad (27)$$

$$\varphi_{m\acute{a}x} = 242 \text{ N/mm}^2 \geq \varphi_{material} = 170 \text{ N/mm}^2 \quad (28)$$

5 SOBRE O PROGRAMA DE ENGENHARIA CATIA

É um programa usado para criação de desenhos tridimensionais. Lidera o mercado no ramo de desenvolvimento de desenhos, o *CATIA* foi desenvolvido pela empresa francesa DassaultSystemes com a proposta de criar um programa capaz de atender as exigências de projetos da indústria aeronáutica, diminuindo o tempo de projeto e aumentando a confiabilidade do produto. Por conta de ser um programa confiável e possuir um pacote de poderosas ferramentas para as mais variadas áreas da indústria, o *CATIA* é um programa de desenhos 3D padrão de grandes empresas: *Boeing, Dassault Aviation, BMW, Chrysler, Honda, Black & Decker, Eletrolux* e *Sony* são algumas das empresas que utilizam o *CATIA* para desenvolver produtos como: *Minivan Voyager da Chrysler, Picapes RAM e Dodge Viper, Boeing 777* e o avião de combate *Rafale* da *Dassault Aviation*. (GURU, 2013).

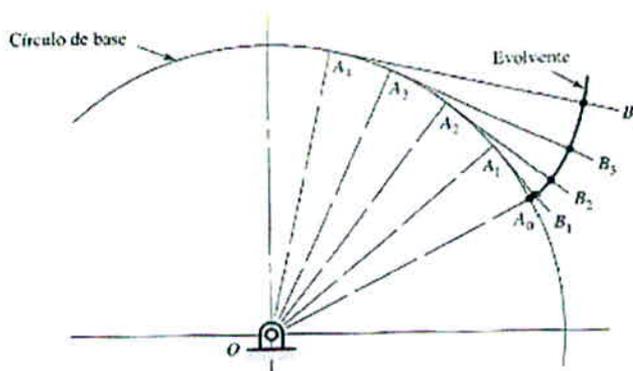
5.1 Elaboração do modelo da engrenagem no programa CATIA

Baseado na confiabilidade do programa *Catia* segundo Guru (2013), o programa foi utilizado para a elaboração do tridimensional da engrenagem a ser analisada. Foram levantadas todas as características geométricas da engrenagem baseadas na figura 6. A proposta é obter um tridimensional que represente a engrenagem nos seus mais variados detalhes, portanto, no decorrer do projeto da engrenagem, foi necessária uma pesquisa para identificar os métodos para a construção do perfil na engrenagem.

5.2 Construção do perfil da engrenagem

Uma questão que deve ser enfatizada é o fato de que não há programas que forneçam um desenho 3D de uma engrenagem com o perfil da evolvente perfeitamente desenhado. A partir disso foi feito um estudo de como desenvolver o perfil da envolvente baseado na figura 10, para que o resultado da análise não seja encoberto. O método para obtê-la será descrito a seguir.

Figura 10 – Fundamentos da construção do perfil da engrenagem

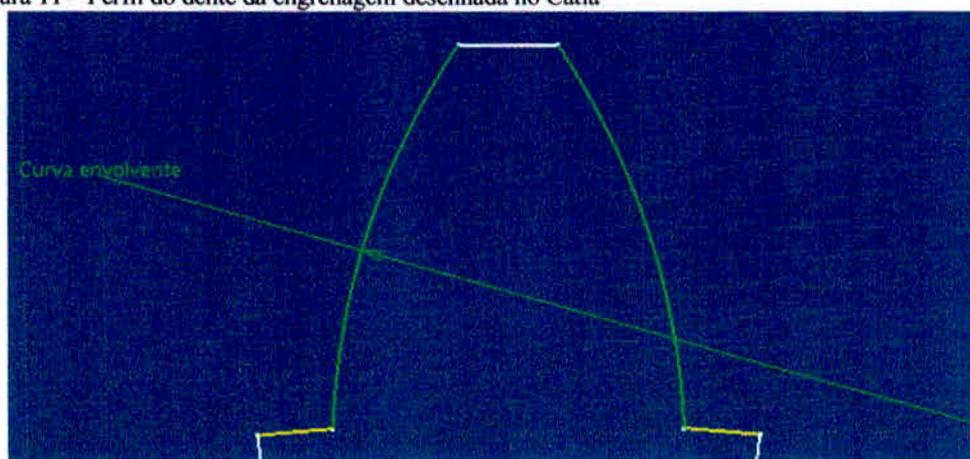


Fonte: (SHIGLEY, 1984, p. 450).

Para projetar o perfil da engrenagem, é necessário dividir o diâmetro de base da engrenagem em partes iguais e construir linhas radiais OA_0, OA_1, OA_2 , etc. Partido do ponto A_1 , traça-se as perpendiculares A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 , produzindo os pontos que determinarão a curva do perfil da engrenagem (evolvente). A próxima etapa é marcar a distância A_1A_0 ao longo de A_1B_1 , duas vezes a distância A_1A_0 ao longo de A_2B_2 , definindo os pontos em que o perfil pode ser construído conforme figura 10 (SHIGLEY, 1984).

No esboço do perfil da engrenagem em estudo na figura 11, as linhas em verdes são as envolventes devidamente construídas.

Figura 11 – Perfil do dente da engrenagem desenhada no Catia



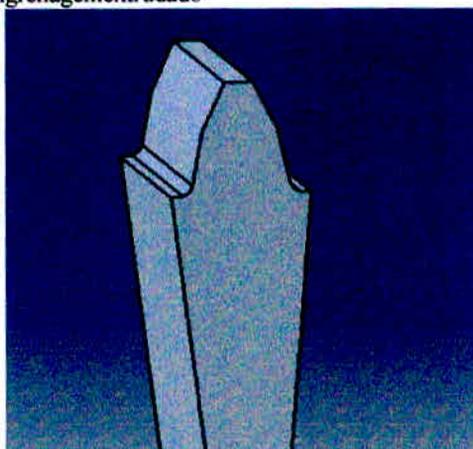
Fonte: o autor.

Porém, o dente tem outros componentes além da evolvente, como por exemplo, o raio de arredondamento do pé do dente. O que foi elaborado no programa foi desenhar o perfil de cada uma dessas regiões.

5.3 Conversão do esboço em 3D

Essa é a etapa em que o esboço do perfil é convertido em um sólido (3D) através da ferramenta de extrusão na figura 12.

Figura 12 – Dente da engrenagem extrudado

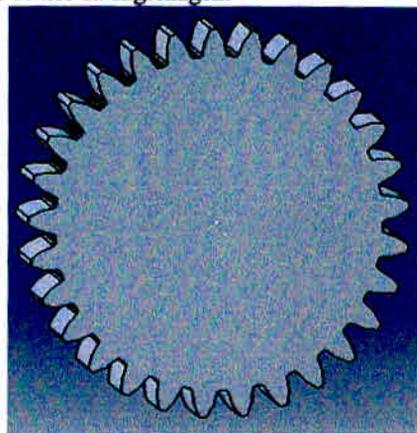


Fonte: o autor.

5.4 Revolução dos dentes da engrenagem

A partir do 3D de um dente da engrenagem, o próximo passo é multiplicar ou revolucionar esse dente ao redor do eixo axial da engrenagem demonstrada na figura 13.

Figura 13 – Revolução dos dentes da engrenagem

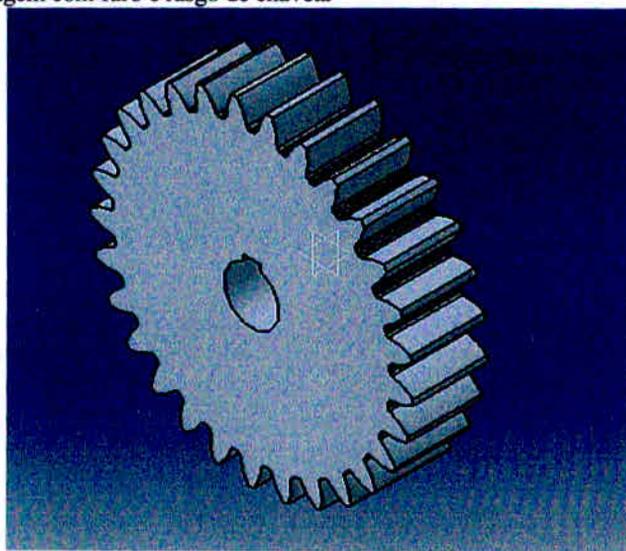


Fonte: o autor.

5.5 Furo e rasgo de chaveta

Por fim, pode-se editar a engrenagem conforme necessário, como colocar um furo no centro, fazer um rasgo de chaveta conforme figura 14.

Figura 14 – Engrenagem com furo e rasgo de chaveta



Fonte: o autor.

6 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

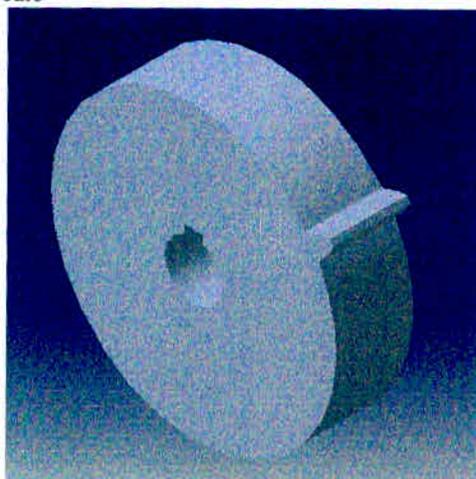
Neste capítulo será iniciada a análise por elementos finitos da tensão máxima atuante no pé do dente da engrenagem. A partir disso, foi utilizado um programa de simulação por elementos finitos chamado *HyperMesh* para calcular as tensões no pé do dente da engrenagem.

6.1 Ensaio da tensão no pé do dente

Um fato que deve ser ressaltado, para a análise de elementos finitos utilizou-se apenas um dente da engrenagem. Toda a literatura considera que o engrenamento acontece um dente por vez, portanto, ele deve suportar toda a força exercida entre as engrenagens, é importante também que todas as informações sejam corretamente colocadas, pois um mau processamento refletido diretamente em um mau resultado (SHIGLEY, 2011).

A seguir será demonstrada a metodologia do processamento desta análise. Como visto anteriormente, o primeiro passo é utilizar o programa *Catia* para a elaboração da engrenagem. A engrenagem utilizada no ensaio está representada na figura 15.

Figura 15- Engrenagem para cálculo

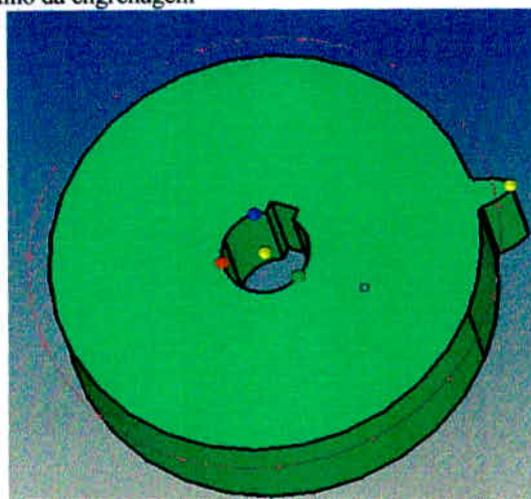


Fonte: o autor.

Segundo Melconian Sarkis (2008), a força tangencial (F_t) é a responsável pelo movimento da engrenagem e o momento fletor, gerando uma tendência de rompimento por flexão no pé do dente da engrenagem, o valor de (F_t) é de 2825 N calculada pela equação 26. Essa força é aplicada no diâmetro primitivo (d_0), calculada através da equação 24 com valor de 65,25 mm.

Na figura 16 tem-se o diâmetro de trabalho (d_0), da força tangencial (F_t).

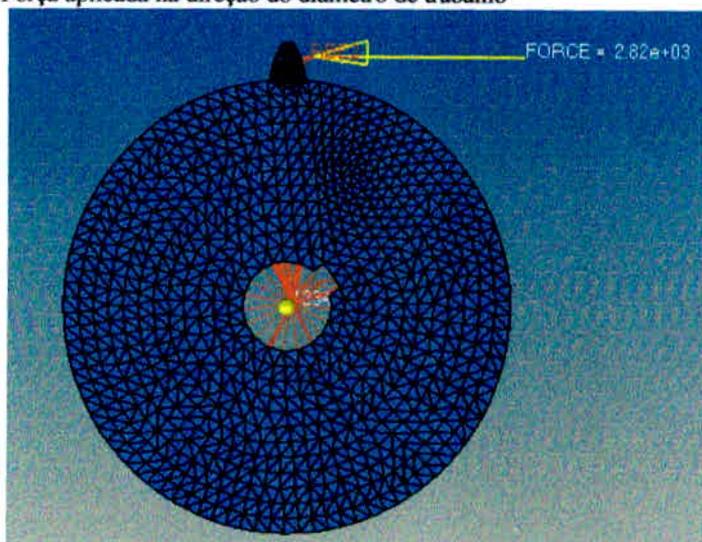
Figura 16 – Diâmetro de trabalho da engrenagem



Fonte: o autor.

Dentro do *HyperMesh* são definidas as condições de contorno e as forças aplicadas ao modelo. A primeira condição de contorno é fixar o furo da engrenagem. Posteriormente, são aplicadas as componentes da força de engrenamento correspondente à força tangencial (F_t). Ambas as condições de contorno podem ser observadas na figura 17.

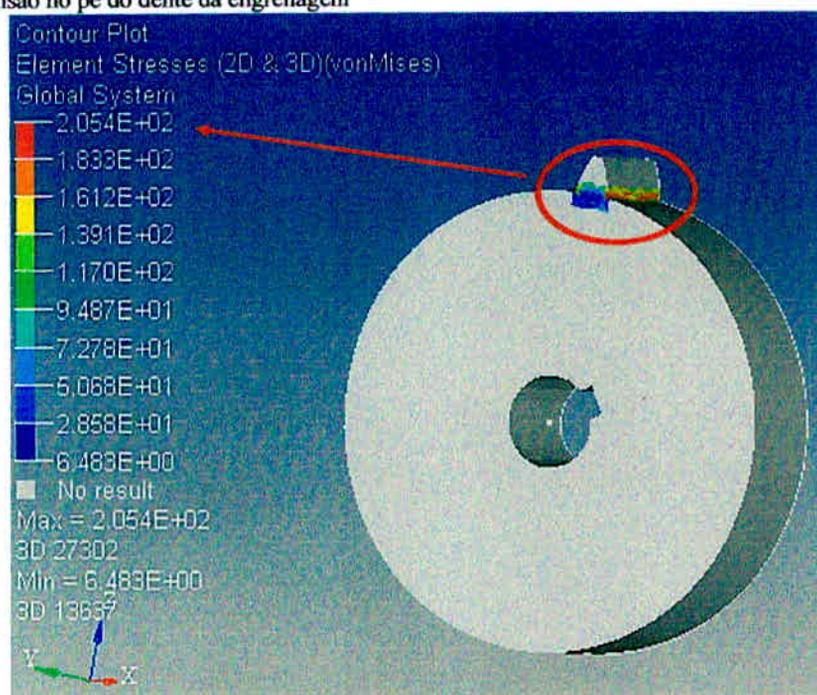
Figura 17 – Força aplicada na direção do diâmetro de trabalho



Fonte: o autor

A partir de agora, basta apenas rodar o modelo e obter os resultados. Na figura 18 as regiões com tensão são identificadas de acordo com sua intensidade. A tensão máxima atuante é de 205,4 Mpa.

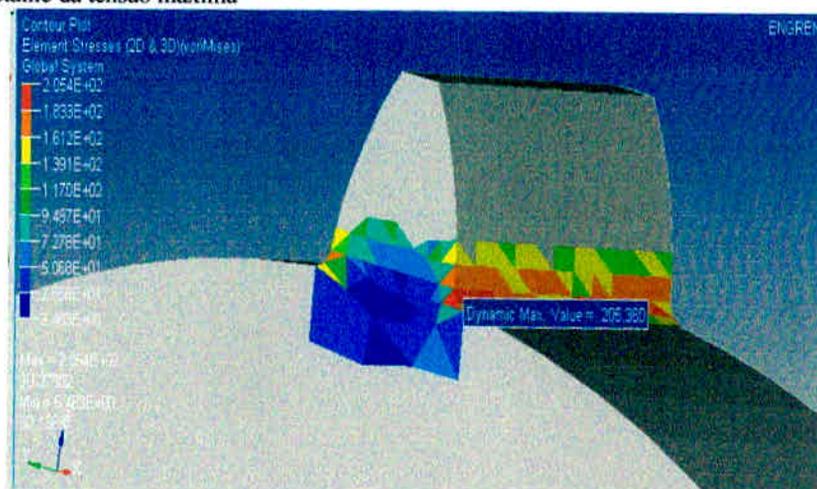
Figura 18 - Tensão no pé do dente da engrenagem



Fonte: o autor

Na figura 19 tem-se o detalhamento das tensões geradas no pé da engrenagem através da simulação por elementos finitos.

Figura 19 – Detalhe da tensão máxima



Fonte: o autor

Nota se que a tensão máxima atuante no pé do dente através da simulação por elementos finitos é 15% menos conservador em relação à tensão teórica analítica, embora suas tensões sejam relativamente próximas, $205N/mm^2 \sim 242N/mm^2$ (teórico).

7 CONCLUSÃO

A variação de 15% é aceitável uma vez que formulações teóricas levam em consideração algumas simplificações que o método numérico não leva. A simulação por elementos finitos pode ser utilizada, porém, o cálculo teórico nesse caso é mais rápido e prático de realizar, não precisando dispendir tempo para simulação.

É de grande importância a validação do método numérico (Elementos finitos), uma vez que situações mais complexas podem facilmente ser reproduzidas. Dessa forma uma simulação envolvendo mais componentes com propriedades e materiais diferentes pode ser realizada com confiança sem a necessidade de confecção de protótipos e ensaios experimentais, poupando tempo e dinheiro.

REFERÊNCIAS

- ALMACINHA, José Antônio. **Redutor de parafuso sem fim/Roda de coroa**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto 2002. Disponível em: <http://repositorioaberto.up.pt/bitstream/10216/9275/2/557.pdf> Acesso em: 22 Out. 2013.
- BRAGA, Newton C. **Engrenagens - I (MEC025)**, 2010. Disponível em: <http://www.newtoncbraga.com.br/index.php/robotica/1625-mec025>. Acesso em: 11 Set. 2013.
- GENEROSO, Daniel João. **Elementos de máquinas**, 2009. Disponível em: http://files.professor-marcelo-mota.webnode.com/200000007e4ec8e6e26/Apostila_elementos_de_maquinas.pdf Acesso em: 22 Mar. 2013.
- GURU, Cad. **CATIA V5: conheça o software e sua história**. Disponível em: <http://cad.cursosguru.com.br/catia/catia-v5-conheca-o-software-e-sua-historia/> Acesso em 20 Mar. 2013.
- MAZZO, Norberto. **Engrenagens cilíndricas: Da concepção à fabricação**. Araraquara, editora blusher, 2013.
- MELCONIAN, Sarkis. **Elementos de Máquinas: Uma Introdução**. 9ªed, São Paulo, Editora Érica, 2008.
- NISBETT, J. Keith e BUDYNAS Richard G. **Elementos de máquinas de Shigley - Projeto de engenharia mecânica**. 8ªed, Santana – SP, Editora bookman, 2008.
- SANTOS JÚNIOR, Aureliano Antunes. **Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos**. Unicamp, 2013. Disponível em: http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em718/arquivos/engrenagens_cilindricas_dentes_retos.pdf Acesso em: 08 Out. 2013.
- SHIGLEY, Joseph Edward; SILVEIRA, André Rodrigues Garcia. **Estudo da pressão de contato e da tensão no pé do dente de uma engrenagem**. São Paulo: Universidade de São Paulo Escola Politécnica, 2011.
- TOTI, Francisco de Assis. **Apostila de máquinas - ferramenta – pmf**. Sorocaba, SP: Faculdade de tecnologia, 2012.

ANEXO A – Dureza Brinell

Brinell		Resistência N/mm ²	Rockwell				
Impr. mm Carga 30kN Esfera	Dureza HB (N/mm ²)	Aço Carbono HB x 0,36	C Rc	B Rb	A Ra	Shore	Vickers
10mm							
(2.05)	(8980)	3233					
(2.10)	(8570)	3085					
(2.15)	(8170)	2941					
(2.20)	(7800)	2808	70			106	1150
(2.25)	(7450)	2682	68		84.1	100	1050
(2.30)	(7120)	2563	66			95	960
(2.35)	(6820)	2455	64		82.2	91	885
(2.40)	(6530)	2351	62		81.2	87	820
(2.45)	(6270)	2257	60		80.5	84	765
(2.50)	(6010)	2164	58		80.2	81	717
2.55	5780	2081	57		79.4	78	675
2.60	5550	1998	55	(120)	78.6	75	533
2.65	5340	192.2	53	(119)	77.9	72	598
2.70	5140	1850	52	(119)	77.0	70	
2.75	4950	1782	50	(117)	76.5	67	
2.80	4770	1717	49	(117)	75.7	65	515
2.85	4610	166.0	47	(116)	75.0	63	567
2.90	4440	159.8	46	(115)	74.2	61	540
2.95	4290	1544	45	(115)	73.4	59	454
3.00	4150	1494	44	(114)	72.8	57	437
3.05	4010	1444	42	(113)	72.0	55	420
3.10	3880	1387	41	(112)	71.4	54	404
3.15	3750	1350	40	(112)	70.6	52	389
3.20	3630	1307	38	(110)	70.0	51	375
3.25	3520	1267	37	(110)	69.3	49	363
3.30	3410	1228	36	(109)	68.7	48	350
3.35	3310	1192	35	(109)	68.1	46	339
3.40	3210	1156	34	(108)	67.5	45	327
3.45	3110	1120	35	(108)	66.9	44	316
3.50	3020	1087	32	(107)	66.3	43	305
3.55	2930	1055	31	(106)	65.7	42	296
3.60	2850	1026	30	(105)	65.3	40	287
3.65	2770	99.7	29	(104)	64.6	39	279
3.70	2690	969	28	(104)	64.1	38	270
3.75	2620	943	26	(103)	63.6	37	263
3.80	2550	918	25	(102)	63.0	37	256
3.85	2480	893	24	(102)	62.5	36	248
3.90	2410	868	23	100	61.8	35	241
3.95	2350	846	22	99	61.4	34	235
4.00	2290	824	21	98	60.8	33	229

ANEXO B – Fator de forma (q)

Engrenamento Externo									
nº de dentes	10	11	12	13	14	15	16		
fator q	5,2	4,9	4,5	4,3	4,1	3,9	3,7		
nº de dentes	17	18	21	24	28	34	40		
fator q	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9		
nº de dentes	50	65	80	100					
fator q	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5				
Engrenamento Interno									
nº de dentes	20	24	30	38	50	70	100	200	
fator q	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5

ANEXO C – Fator de serviço (ϕ)

Aplicações	Serviços	
	10h	24h
BOMBAS		
Centrífugas	1,00	1,25
Dupla ação multicilíndrica	1,25	1,50
Recíprocas de descargas livres	1,25	1,50
Rotativas de engrenagens ou lobos	1,00	1,25
BRITADORES		
Pedra e minérios	1,75	1,00
CERVEJARIAS E DESTILARIAS		
Cozinhadores - serviço contínuo	1,00	1,25
Tachos de fermentação - serviço contínuo	1,00	1,25
Misturadores	1,00	1,25
CLARIFICADORES	1,00	1,25
CLASSIFICADORES	1,00	1,25
DRAGAS		
Guinchos, transportadores e bombas	1,25	1,50
Cabeçotes rotativos e peneiras	1,75	2,00
EIXO DE TRANSMISSÃO		
Cargas uniformes	1,00	1,25
Cargas pesadas	1,25	1,50
ELEVADORES		
Caçambas - carga uniforme	1,00	1,25
Caçambas - carga pesada	1,25	1,50
Elevadores de carga	1,25	1,50
EMBOBINADEIRAS		
Metais	1,25	1,50
Papel	1,00	1,25
Têxtil	1,25	1,50
ENLATADORAS E ENGARRAFADORAS	1,00	1,25
ESCADAS ROLANTES	1,00	1,25
FÁBRICA DE CIMENTO		
Britadores de mandíbulas	1,75	2,00
Fornos rotativos	1,75	1,50
Moinhos de bolas e rolos	1,75	1,50
FÁBRICAS DE PAPEL		
Agitadores (Misturadores)	1,25	1,50
Alvejadores	1,00	1,25
Batedores e despoldadores	1,25	1,50
Calandras	1,25	1,80
Hipercalandras	1,75	3,00
Cilindros	1,25	1,50