

**CENTRO UNIVERSITÁRIO DO SUL DE MINAS  
CURSO ENGENHARIA ELÉTRICA  
JULIANO RIBEIRO DE CARVALHO**

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL COM MÉTODOS NUMÉRICOS PARA  
ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA**

**VARGINHA**

**2016**

**JULIANO RIBEIRO DE CARVALHO**

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL COM MÉTODOS NUMÉRICOS PARA  
ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso Engenharia Elétrica do Centro Universitário do Sul de Minas – UNIS/MG como pré-requisito para obtenção do grau de bacharel sob orientação do Prof. Thiago Cornélio da Fonseca.

**VARGINHA**

**2016**

**JULIANO RIBEIRO DE CARVALHO**

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL COM MÉTODOS NUMÉRICOS PARA  
ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Elétrica do Centro Universitário do Sul de Minas – UNIS/MG como pré-requisito para a obtenção do grau de bacharel pela Banca examinadora compostas pelos membros:

Aprovado em     /     /

---

Prof. Thiago Cornélio da Fonseca

---

Prof. Me. Hugo Rodrigues Vieira

---

Prof. Esp. Roger Antonio Rodrigues

OBS.:

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer aos meus familiares e em especial à minha esposa, Kátia Lílian Silveira Carvalho pela compreensão e apoio incondicional no período de formulação do trabalho. Ao corpo docente do curso de Engenharia Elétrica do Centro Universitário do Sul de Minas, principalmente ao orientador, Thiago Cornélio da Fonseca. Sem sua colaboração e empenho, não alcançaria os resultados obtidos e almejados, nos momentos em que os caminhos se tornavam nebulosos, não deixou nada nos abalar e sempre nos motivou e acreditou que fôssemos conseguir. E a todos os colegas que sempre participaram e incentivaram esta pesquisa. Enfim muito obrigado a todos !

"Uma longa viagem sempre começa  
com um simples passo".

Lao Tsé

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar a estabilidade do sistema elétrico de potência na sua geração de energia, ao ser submetido a um transitório, nos possibilitando assim poder mensurar o tempo em que as proteções do sistema atuarão, suprimindo a falta em determinado ponto da transmissão para que, o funcionamento dos geradores (todos operando em paralelo), não perca o sincronismo na geração de energia elétrica e mantenha o sistema estável. Também discorre sobre os métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias que descrevem o comportamento dos geradores síncronos conectados a esses sistemas e a importância da análise de sua estabilidade, calculando com o auxílio do software MATLAB® o tempo crítico de estabilidade entre os geradores em um transitório. E por fim, por meio de fluxogramas, apresenta o algoritmo desenvolvido, definindo as características dos sistemas testados, as praticidades e o modo de operação do algoritmo, os resultados obtidos nos testes realizados e as devidas conclusões a respeito.

**Palavras - chaves:** Transitório. Tempo crítico. Sincronismo. Geradores.

## **ABSTRACT**

This research have aim to analyze the stability of the electric power system at its power generation when submitted the someone transitional, allowing the power to measure the time that the system protections Will operate, by suppressing the need in one point the transmission so that the operation of generators (all operating in parallel), do not miss the timing to generate electricity and keep the system stable. Also discusses the methods of resolution of ordinary differential equations describing the behavior of synchronous generators connected to these systems and the importance of the analysis of its stability, calculating with the aid of MATLAB® software the critical time of stability between generators in a transitional. Finally, by means of flow charts, displays the algorithm developed by setting the characteristics of the systems tested, the practicalities and the operation mode of the algorithm, the results obtained in the tests carried out and the necessary conclusions about.

**Keywords:** Transient. Time-critical. Timing. Generators.

## LISTA DE EQUAÇÕES

|                  |    |
|------------------|----|
| Equação 1 .....  | 22 |
| Equação 2 .....  | 22 |
| Equação 3 .....  | 22 |
| Equação 4 .....  | 23 |
| Equação 5 .....  | 23 |
| Equação 6 .....  | 23 |
| Equação 7 .....  | 24 |
| Equação 8 .....  | 24 |
| Equação 9 .....  | 24 |
| Equação 10 ..... | 24 |
| Equação 11 ..... | 24 |
| Equação 12 ..... | 24 |
| Equação 13 ..... | 24 |
| Equação 14 ..... | 25 |
| Equação 15 ..... | 25 |
| Equação 16 ..... | 25 |
| Equação 17 ..... | 26 |
| Equação 18 ..... | 26 |
| Equação 19 ..... | 26 |
| Equação 20 ..... | 26 |
| Equação 21 ..... | 26 |
| Equação 22 ..... | 26 |
| Equação 23 ..... | 27 |
| Equação 24 ..... | 27 |
| Equação 25 ..... | 28 |
| Equação 26 ..... | 28 |
| Equação 27 ..... | 31 |
| Equação 28 ..... | 33 |
| Equação 29 ..... | 33 |
| Equação 30 ..... | 35 |
| Equação 31 ..... | 35 |
| Equação 32 ..... | 39 |

|                    |    |
|--------------------|----|
| Equação 32.1 ..... | 40 |
| Equação 32.2 ..... | 40 |
| Equação 32.3 ..... | 41 |
| Equação 32.4 ..... | 41 |
| Equação 32.5 ..... | 41 |
| Equação 32.6 ..... | 41 |
| Equação 33 .....   | 42 |
| Equação 34 .....   | 42 |
| Equação 35 .....   | 42 |
| Equação 36 .....   | 42 |
| Equação 37 .....   | 43 |
| Equação 38 .....   | 43 |
| Equação 39 .....   | 43 |
| Equação 40 .....   | 43 |
| Equação 41 .....   | 44 |
| Equação 42 .....   | 44 |
| Equação 43 .....   | 44 |
| Equação 44 .....   | 44 |
| Equação 45 .....   | 44 |
| Equação 46 .....   | 44 |
| Equação 47 .....   | 44 |
| Equação 48 .....   | 45 |
| Equação 50 .....   | 45 |
| Equação 51 .....   | 46 |
| Equação 52 .....   | 46 |
| Equação 53 .....   | 47 |
| Equação 54 .....   | 48 |
| Equação 55 .....   | 49 |
| Equação 56 .....   | 49 |
| Equação 57 .....   | 49 |
| Equação 58 .....   | 49 |
| Equação 59 .....   | 50 |
| Equação 60 .....   | 50 |
| Equação 61 .....   | 50 |

|                  |    |
|------------------|----|
| Equação 62 ..... | 50 |
| Equação 63 ..... | 50 |
| Equação 64 ..... | 50 |
| Equação 65 ..... | 51 |
| Equação 66 ..... | 51 |
| Equação 67 ..... | 52 |
| Equação 68 ..... | 52 |
| Equação 69 ..... | 52 |
| Equação 70 ..... | 52 |
| Equação 71 ..... | 52 |
| Equação 72 ..... | 52 |

## LISTA DE TABELAS

|                |    |
|----------------|----|
| Tabela 1 ..... | 67 |
| Tabela 2 ..... | 71 |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1. Modelo de linha curta.....   | 22 |
| Figura 2. Modelo de linha Média .....  | 23 |
| Figura 3. Modelo de linha longa .....  | 25 |
| Figura 4. Diagrama de transformador monofásico com dois enrolamentos .....               | 27 |
| Figura 5. Diagrama de transformador monofásico com impedância refletida no primário..... | 27 |
| Figura 6. Representação simplificada do transformador .....                              | 28 |
| Figura 7. Modelo de geradores representado em regime permanente.....                     | 29 |
| Figura 8. Representação de carga para fluxo de Potência .....                            | 30 |
| Figura 9. Representação de cargas com impedância constante .....                         | 31 |
| Figura 10. Representação da transformada de Park .....                                   | 33 |
| Figura 11. Representação equivalente de esquema elétrico do gerador modelo clássico..... | 34 |
| Figura 12. Sistema de potência simplificado .....  | 34 |
| Figura 13. Representação potência x ângulo .....   | 35 |
| Figura 14. Representação do sistema estável .....  | 37 |
| Figura 15. Representação do sistema instável .....                                       | 37 |
| Figura 16. Representação do Sistema Multimáquinas .....                                  | 39 |
| Figura 17. Representação das Reatâncias internas dos Geradores .....                     | 40 |
| Figura 18. Critério das Áreas Iguais .....   | 49 |
| Figura 19. Ilustração do Método de Euler .....   | 51 |
| Figura 20. Ilustração do Método de Runge Kutta .....                                     | 52 |
| Figura 21. Sistema Multimáquinas com três Barramentos .....                              | 54 |
| Figura 22. Matriz Admitância do Sistema em Pré- Falta .....                              | 55 |
| Figura 23. Matriz Admitância do Sistema em Falta .....                                   | 56 |
| Figura 24. Matriz Admitância Reduzida do Sistema em Falta.....                           | 56 |
| Figura 25. Matriz Admitância do Sistema Pós- Falta.....                                  | 57 |
| Figura 26. Matriz Admitância Reduzida do Sistema em Falta.....                           | 57 |
| Figura 27. Representação do sistema estável curto na linha1-2 barra 2.....               | 59 |
| Figura 28. Representação do sistema instável curto na linha1-2 barra 2 .....             | 60 |
| Figura 29. Representação do sistema estável curto na linha1-2 barra 1 .....              | 61 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 30. Representação do sistema instável curto na linha1-2 barra 1 .....                             | 62 |
| Figura 31. Representação do sistema instável curto na linha1-2 barra 1 .....                             | 63 |
| Figura 32. Representação do sistema unicamente instável curto na linha1-3 barra 1 .....                  | 64 |
| Figura 33. Carga ativa reduzida. Sistema estável, curto na linha 2-3, barra 3 .....                      | 65 |
| Figura 34. Carga ativa reduzida. Sistema instável, curto na linha 2-3, barra 3 .....                     | 66 |
| Figura 35. Sistema com cargas reativas aumentadas em 10vezes .....                                       | 68 |
| Figura 36. Sistema com cargas reativas aumentadas. Sistema estável<br>curto na linha 1-2, barra 2 .....  | 69 |
| Figura 37. Sistema com cargas reativas aumentadas. Sistema instável<br>curto na linha 1-2, barra 2 ..... | 70 |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>16</b> |
| <b>2 SISTEMA ELÉTRICO E ESTABILIDADE DE MÁQUINAS SÍNCRONAS.....</b> | <b>21</b> |
| 2.1 Sistema Elétrico .....  | 21        |
| 2.2 Linhas de Transmissão.....                                      | 21        |
| 2.3 Linhas de Transmissão Curta .....                               | 22        |
| 2.4 Linhas de Transmissão Média.....                                | 23        |
| 2.5 Modelo de Linhas de Transmissão Longa.....                      | 25        |
| 2.6 Transformadores .....   | 26        |
| 2.7 Geradores .....   | 28        |
| 2.8 Geradores operando em paralelo.....                             | 29        |
| 2.9 Cargas.....   | 30        |
| 2.10 Cargas para estudo de curto circuito.....                      | 30        |
| 2.11 Cargas para estudo de fluxo de potência.....                   | 30        |
| 2.12 Representação da carga para estudo de Estabilidade.....        | 31        |
| 2.13 Máquinas Síncrona.....   | 31        |
| 2.14 Princípio de operação.....                                     | 32        |
| 2.15 Modelo Clássico .....  | 32        |
| 2.16 Influência do Ângulo na Potência .....                         | 34        |
| 2.17 Estabilidade de Máquinas Síncronas.....                        | 35        |
| 2.18 Tipos de Estabilidade .....                                    | 37        |
| 2.19 Estabilidade Transitória .....                                 | 38        |
| 2.20 Sistema Multimáquinas.....                                     | 39        |
| <b>3 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES.....</b>         | <b>48</b> |
| 3.1 Critério das Áreas Iguais .....                                 | 48        |
| 3.2 Método de Euler .....   | 50        |
| 3.3 Método de Runge Kutta .....                                     | 51        |
| 3.4 Algoritmo.....  | 52        |
| <b>4 ESTUDO DE CASO .....</b>                                       | <b>54</b> |
| 4.1 Sistema Multimáquinas com três Barramentos.....                 | 54        |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>4.2 Discussão .....</b>                   | <b>72</b> |
| <b>5 CONCLUSÃO.....</b>                      | <b>73</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                     | <b>74</b> |
| <b>ANEXO A –VALIDAÇÃO DO ALGORITMO .....</b> | <b>76</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, qualidade de energia elétrica vêm sendo um dos temas com maior relevância para as concessionárias e para usuários. Vivemos de tal forma que, se parássemos um pouco e pensarmos o que seria de nossas vidas se tivéssemos interrupções frequentes no fornecimento de energia elétrica, em nossos lares, onde trabalhamos, em empresas o que aconteceria, contabilizando estas interrupções durante o dia de trabalho. Perdas em materiais desperdícios de mão de obra, desconforto em nossas residências, tudo causados por interrupções no fornecimento de energia. Sem dúvida nenhuma, obter um sistema confiável e estável, é uma meta para todos os profissionais dessa área.

Podendo afirmar que os setores de geração, transmissão, distribuição são os precursores dessa modernidade em que vivenciamos em nossas cidades. Esta monografia é um trabalho que demonstra a confiabilidade do sistema, tentando melhorar o funcionamento de dispositivos que vêm junto de uma série de outros mecanismos com a mesma filosofia, a de manutenção da estabilidade do nosso sistema elétrico de potência.

O trabalho intensivo de planejamento desses sistemas, infelizmente, não evita a ocorrência de falhas e faltas em algumas das vezes. O curto circuito em linhas de transmissão e barramentos, é causa de grande parte dos problemas que os profissionais da área enfrentam. De acordo com o tempo de duração do curto, o gerador ou o conjunto de geradores que alimentam um sistema de potência, podem perder o sincronismo, acarretando a interrupção do fornecimento ou o fornecimento de uma energia de má qualidade. O sistema cujo(s) gerador(es) não perde(m) o sincronismo após um determinado tempo de falta, é considerado um sistema estável. Já o sistema que não possui essa característica, é considerado um sistema instável. A importância do estudo de estabilidade de um sistema elétrico de potência se concentra em poder analisar o comportamento de tal sistema na presença de faltas, aumento ou diminuição de cargas. Sendo assim, é possível tomar decisões preventivas ou corretivas a fim de manter a continuidade e qualidade do fornecimento.

Com o crescimento e desenvolvimento do país, cresce também a demanda energética solicitada pelas cargas, e com os recentes acontecimentos, como apagões e a pouco a crise hidroelétrica, o sistema viu na interligação de grande parte das centrais geradoras tornando-se um sistema unificado o chamado Sistema Interligado Nacional (SIN), uma possibilidade para criação de caminhos alternativos para a transmissão de energia, garantindo a continuidade do fornecimento de eletricidade em casos de faltas, distúrbios e perturbações.

Com o sistema interligado torna desnecessário grandes reservatórios, uma vez que o sistema esteja exigindo por uma carga maior em determinada região do país, existe a possibilidade de solicitar a energia de outros sistemas, promovendo dessa maneira um equilíbrio no aproveitamento como um todo e, conseqüentemente, exigem menos máquinas operando a vazio (menores reservas girantes) para atender cargas súbitas.

Mas, por outro lado, o sistema interligado trouxe não só benefícios, e atrelado às melhorias vieram as dificuldades no controle do sistema, pois vários geradores operando em paralelo no mesmo sistema requerem uma série de condições para que o seu funcionamento seja pleno e o sistema alcance e mantenha a estabilidade. Com o Sistema inteiramente conectado, os comandos de controle e proteção tornam-se mais complexos, já que os riscos de eventos se tornam maiores à medida que a dimensão do circuito aumenta.

Na ocorrência de um curto-circuito haverá um desequilíbrio de potência acarretando num déficit ou excesso de energia nas máquinas. Com isso, tais máquinas acelerarão ou frearão seus rotores. Na procura de uma nova situação de equilíbrio, os ângulos das máquinas se alterarão com o tempo gerando uma diferença angular. Essa diferença transfere parte da carga do gerador mais lento para o mais rápido. Assim a diferença angular agora é reduzida. Caso a variação no sistema não seja muito significativa, o sistema pode por si só, encontrar um novo estado de equilíbrio.

Para distúrbios maiores, o sistema pode não suportar a situação e assim, perder o sincronismo. A perda de sincronismo pode ocorrer entre uma máquina e o sistema ou entre grupos de máquinas. Quando não restaurado o estado de equilíbrio, é necessário isolar a parte do sistema fora do sincronismo e saber se o excesso de energia cinética adquirida pelo sistema durante a falta poderá ser absorvido pelo novo sistema. Para isso, a atuação no sistema deve ser rápida o suficiente de modo a se garantir a estabilidade. O tempo máximo de atuação que possibilita um novo estado de equilíbrio é chamado tempo crítico de abertura, e sua determinação é o objetivo do estudo de estabilidade transitória (VANDER, 2007).

Levando em conta somente a variação angular dos geradores síncronos para fins de estudos de estabilidade, são divididos em pequenas perturbações como alterações nas cargas, por exemplo, a entrada ou saída de pequenos grupos de cargas causam pequenas perturbações no sistema, e o outro é o de estabilidade às grandes perturbações ou transiente(transitório), como exemplo um curto circuito que será o alvo desta pesquisa.

Como o sistema elétrico está constantemente sob alterações, sejam elas a saída ou entrada de pequenas cargas no barramento, o sistema é capaz de se adaptar e corrigir as instabilidades e reestabelecer sua operação de forma satisfatória para atender a demanda. O

estudo de graves perturbações como curto circuito em uma linha de transmissão, saída de grande gerador ou até mesmo de uma usina, se faz muito importante para o sistema ser capaz de suportar tamanhas variações. Determinados eventos com magnitudes consideráveis alteram a estrutura de funcionamento dos sistemas conectados, devido a manobras de dispositivos de proteção na tentativa de isolar os elementos sob falta (KUNDUR, *et al.*, 2004).

Para pequenas variações num sistema, ocorridas devido à troca, retirada ou inclusão de cargas, há o estudo chamado estudo da estabilidade dinâmica. Tal estudo pode ser baseado em equações lineares. Para grandes perturbações, como é o caso das faltas, a não-linearidade das equações já não pode ser desprezada e o estudo, chamado estudo da estabilidade transitória, utiliza de equações diferenciais não-lineares (BRETAS;ALBERTO,2000).

A análise de transitório concerne em estudos de comportamento do sistema perante eventos de grande magnitude, seja ele, saída ou entrada de grandes centros de cargas, variações bruscas na geração, tais variações consideráveis em magnitude, podem ocasionar perdas de sincronismo entre as máquinas síncronas conectadas no sistema (GUIMARÃES, 2009). “Estabilidade transitória está relacionada com a capacidade do sistema manter o sincronismo quando submetido a uma perturbação grave, tal como um curto-circuito em uma linha de transmissão.” (KUNDUR, *et al.*, 2004).

São consideradas faltas, toda interferência do fluxo de corrente do sistema, as faltas podem ser:

- a) Faltas simétricas.
- b) Faltas assimétricas.

As faltas simétricas, as quais serão adotadas nesta pesquisa, compreendem as faltas do tipo trifásicas, na qual a análise é realizada em apenas uma das fases, os sinais de tensão e corrente são equilibrados (STEVENSON JUNIOR, 1994).

A utilização do software MATLAB® para o desenvolvimento de uma programação capaz de identificar o tempo crítico e analisar o sincronismo entre os geradores se faz necessário para esta pesquisa.

O estudo de estabilidade transitória de um sistema energético é desenvolvido por meio da análise de uma série de equações diferenciais, obtidas através do balanço de potência nas máquinas síncronas constituintes desse sistema (BRETAS ; ALBERTO, 2000).

O desenvolvimento matemático é uma base para solidificar as pesquisas e sem o auxílio do software MATLAB®, se tornaria uma tarefa exaustiva, para não dizer impossível, pois a representação das equações diferenciais podem ser facilmente obtidas, totalmente ao contrário de sua resolução analítica, tornando necessário, a utilização de métodos numéricos

que serão abordados e implementados, através de um algoritmo capaz de mensurar o tempo crítico de abertura das proteções das geradoras sem afetar a estabilidade do sistema (BRETAS ; ALBERTO, 2000).

As metas desta pesquisa de formular um algoritmo capaz de calcular o tempo crítico de abertura das proteções, para evitar um colapso do sistema de geradores, remete aos estudos de específicos assuntos do sistema em geral, sendo alguns deles:

- a) Estudo do sistema elétrico de potência.
- b) Estudo de transitórios causados por faltas do tipo curto circuito.
- c) Funcionamento de geradores operando em paralelo.
- d) Embasamento matemático utilizando o método de integração numérica de Runge e Kutta.
- e) Aprofundamento de conhecimento no software MATLAB®.
- f) Criação de um algoritmo utilizando o método de integração numérica de Rung e Kutta.
- g) Calcular o tempo de abertura das proteções para manutenção de sincronismo entre os geradores dispostos em paralelo.
- h) Efetuar simulações através do algoritmo desenvolvido, de um sistema contendo três (3) barras e três (3) geradores.
- i) Demonstrar os resultados através de gráficos.

Para uma melhor utilização do Sistema Elétrico de Energia (SEE), é de muita importância a manutenção da capacidade do sistema abastecer as cargas de forma contínua e com níveis de tensão e frequência, dentro dos limites de funcionamento, que estejam dentro das regulamentações feitas pelos órgãos de controle. Ou seja, a tensão e a frequência, podem variar dentro dos padrões toleráveis, onde os equipamentos dos consumidores possam operar de forma inalterada.

Na operação do sistema elétrico, considerações sobre estabilidade dos geradores síncronos deve ser feita. Do estudo das máquinas síncronas sabe-se que, estas máquinas mantém-se em sincronismo em condições normais de operação, se uma máquina síncrona tende a afastar-se ligeiramente da velocidade de sincronismo, há forças de sincronismo que a forcem a manter-se a funcionar à velocidade síncrona. Existem condições em que o sistema opera, e que as forças de sincronismo não são suficientes para manter a velocidade síncrona após ocorrência de dados eventos (como exemplo de uma falta em uma das fases) (MENDES; CORDEIRO, 2010).

Ao se tratar dessas perturbações somente uma previsão é assertiva, a de que nossas proteções não poderão jamais falhar, pois uma falha perante um transitório de intensidade considerada, pode acarretar problemas em nosso sistema que causarão muitos danos.

A importância do estudo de estabilidade de um sistema elétrico de potência se concentra em poder analisar o comportamento de tal sistema na presença de faltas ou aumento de cargas. Sendo assim é possível tomar decisões preventivas ou corretivas a fim de manter a continuidade e qualidade do fornecimento (STEVENSON JUNIOR, 1994).

Ao perder sincronismo, o gerador causa defeitos que devem ser eliminados rapidamente, em um período de tempo menor que um segundo para que se mantenha a estabilidade do sistema, esse é o chamado tempo crítico de abertura dos disjuntores. Possibilitando desta maneira ajustar os mecanismos de proteção do sistema (BRETAS; ALBERTO, 2000).

O objetivo desta pesquisa é calcular o tempo em que o sistema pode operar estando sob efeito de um transitório, sem perder o sincronismo entre os geradores, o chamado tempo crítico de abertura, esta pesquisa fornece dados importantes para se calcular em que tempo as proteções terão que atuar e remete dados para efetuar programas de controle que para uma geração de energia é de indispensável importância.

Foi feito um levantamento de artigos, monografias e teses sobre o tema e tendo estes como base, foi feita uma revisão bibliográfica baseando nestes materiais. Em seguida, foi efetuado a modelagem matemática das equações diferenciais, com base no método de integração Runge-Kutta.

Com o modelo matemático e parte bibliográfica montada, partiu se para o algoritmo no software, efetuando assim testes e reproduzindo os resultados obtidos na demonstração por gráficos. O primeiro capítulo está constituído primeiramente uma introdução, tema, delimitação do tema, problemas e premissas, objetivo geral e específico, justificativa do tema, metodologia utilizada. No segundo capítulo, Estudo do Sistema Elétrico e de estabilidade em um transitórios (curto circuito), e funcionamento de geradores (máquinas síncronas) em paralelo e equacionamento matemático das máquinas. No terceiro capítulo estudou-se os Métodos numéricos, aprofundamento de conhecimento do software MATLAB®, montagem e implementação do algoritmo. Por fim no quarto capítulo, levantamento de um exemplo estudo de caso, simulações e discussão com plotagem dos resultados através de gráficos, e no quinto capítulo tem-se considerações e conclusão.

## **2 SISTEMA ELÉTRICO E ESTABILIDADE DE MÁQUINAS SÍNCRONAS**

### **2.1 Sistemas Elétricos**

O Sistema Elétrico é composto por centrais geradoras, pelas linhas de transmissão, distribuição, centrais transformadoras de energia, centros de carga. Para representar o sistema serão utilizados diagramas unifilares, ou seja, uma representação simplificada do sistema trifásico, o qual oferecerá informações de maneira completa, a respeito de cargas, reatâncias de diversos elementos constituintes do sistema, e devidas ligações de aterramento (STEVENSON JUNIOR, 1994).

Principais elementos a serem representados são:

- a) Linhas de transmissão;
- b) Transformadores;
- c) Geradores;
- d) Cargas.

Cada um desses elementos possui formas variadas de representação, bem como exigem diferentes e específicos meios de análise. Os modelos apresentados nesta seção levam em consideração os seguintes critérios:

- a) Rede em regime permanente;
- b) Sequência positiva (sistema elétrico equilibrado e simétrico);
- c) Valores em p.u. (por unidade).

### **2.2 Linhas de transmissão**

As LTs (Linhas de Transmissão) são responsáveis pela transferência de energia de uma central geradora ou transformadora para os centros de distribuição das cargas, é um dos componentes do sistema com maior propensão às falhas, pois estas se encontram sempre expostas a efeitos que causam faltas no sistema, como descargas atmosféricas, galhos de vegetação local que possam atritar com a rede, entre outros aspectos (STEVENSON JUNIOR, 1994).

Nesta pesquisa, nossas linhas de transmissão de um sistema trifásico está representada por desenhos unifilares e constituídas por linhas:

- a) Curtas (de até 80 km de comprimento);
- b) Médias (de 80 até 240 km de comprimento);

c) Longas (acima de 240 km de comprimento).

### 2.3 Linhas de Transmissão Curta

Segundo Stevenson Junior (1978), em uma linha classificada como curta, a capacitância em derivação (shunt) é tão pequena que pode ser inteiramente desprezada sem perda apreciável de precisão, e é suficiente considerar apenas a resistência em série 'R' e a indutância em série 'L' para todo o comprimento da linha conforme a figura 1.

$$Z = (R + j\omega L) * l \quad (1)$$

Onde:

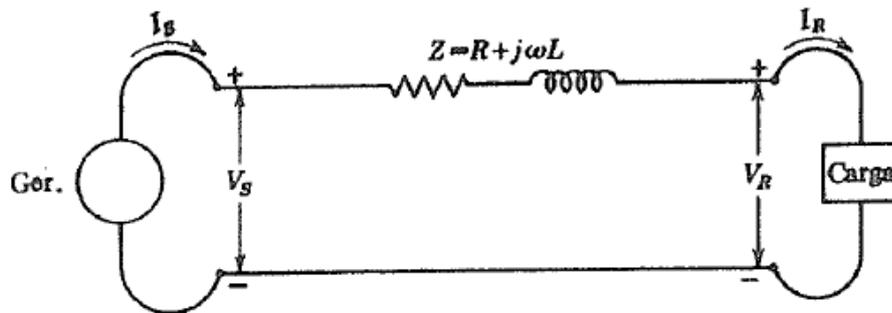
R – resistência por fase ( $\Omega/\text{km}$ );

L – indutância por fase (mH/km);

l – comprimento da linha (km);

w – frequência angular (rad/s).

Figura 1- Modelo de Linha Curta



Fonte: Stevenson Junior. (1978).

O circuito é resolvido como um circuito de CA série simples. Não existindo ramos de derivação, a corrente é a mesma nas duas extremidades da linha  $\dot{I}_s = \dot{I}_r$ , e onde a impedância Z tem valor  $Z * l$ , representando a impedância total da linha. Sendo assim tem-se:

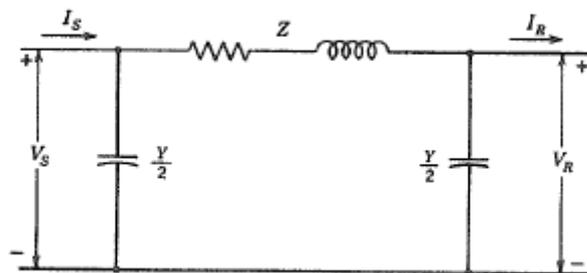
$$\mathbf{Z} = r + jX \quad (2)$$

$$\dot{V}_s = \dot{V}_r + \dot{I}_r * \mathbf{Z} \quad (3)$$

## 2.4 Linhas de Transmissão Média

Segundo Stevenson Junior (1978), a admitância em derivação, normalmente uma capacitância pura, é incluída no cálculo de linhas médias. Se a admitância total em derivação da linha for dividida em duas partes iguais colocadas junto às barras de transmissão e recepção da linha, o circuito recebe o nome de  $\pi$ -nominal, descrito na figura 2.

Figura 2- Modelo de linha Média



Fonte: Stevenson Júnior(1978).

Na dedução das equações referente à figura 2, obtém-se uma expressão em função de  $V_s$ . Observa-se que a corrente na capacitância da barra receptora é  $V_r * Y/2$  e a corrente no ramo série é  $I_r + V_r * Y/2$ , tem-se, partindo da impedância da linha curta;

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}) * \mathbf{1} \quad (4)$$

Lembrando que a admitância em derivação é o contrário que a impedância;

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{G} + j\omega\mathbf{C}) * \mathbf{1} \quad (5)$$

Onde:

G – condutância de dispersão e normalmente é considerado nulo;

C – capacitância da linha (F).

Sabe-se que a corrente no ramo série é:

$$\dot{I} = \dot{I}_r + \dot{V}_r * \mathbf{Y}/2 \quad (6)$$

A tensão  $\dot{V}_s$  vale:

$$\dot{V}_s = \dot{V}_r + i * Z \quad (7)$$

Utilizando as equações cinco e seis tem-se:

$$\dot{V}_s = \left( \left( \frac{ZY}{2} \right) + 1 \right) * \dot{V}_r + Z * \dot{I}_r \quad (8)$$

A corrente  $I_s$  é obtida:

$$\dot{I}_s = i * Z + \left( \frac{Y}{2} \right) * \dot{V}_s \quad (9)$$

Substituindo  $I$  e  $V_s$  em  $I_s$  tem-se:

$$\dot{I}_s = \dot{V}_r * Y \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) * \dot{I}_r \quad (10)$$

As equações 8 e 10 podem ser representadas na forma geral :

$$\dot{V}_s = A\dot{V}_r + B\dot{I}_r \quad (11)$$

$$\dot{I}_s = C\dot{V}_r + D\dot{I}_r \quad (12)$$

$$A = (1 + ZY/2)$$

$$B = Z (\Omega)$$

$$C = Y(1 + ZY/4) \text{ (Siemens)}$$

$$D = (1 + ZY/2)$$

Representadas no modelo quadripolo a equações anteriores se tornam:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_s \\ \dot{I}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{V}_r \\ \dot{I}_r \end{pmatrix} \quad (13)$$

## 2.5 Modelo de Linha Longa

O modelo de linha longa, também chamado de  $\pi$ -equivalente, é um formato aperfeiçoado do  $\pi$ -nominal, cujos critérios para a representação matemática adequada, de acordo com Stevenson Junior (1978), contemplam:

- Parâmetros ao longo da linha uniformemente distribuídos;
- A teoria de ondas viajantes (progressivas e regressivas), o que resulta em equações diferenciais parciais.

$$dV/dx=zl \quad (14)$$

$$dl/dx=yV \quad (15)$$

Onde:

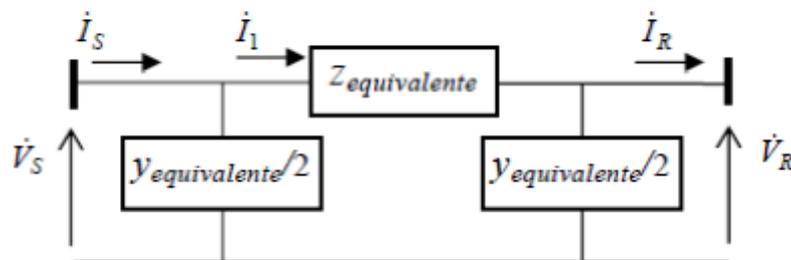
$z$  – impedância (p.u.);

$y$  – admitância (p.u.).

Comumente, em sistemas elétricos, tem-se interesse principal nas tensões dos barramentos e as correntes que “chegam” e “saem” dos mesmos.

Logo, o modelo de linha longa pode ser representado por parâmetros concentrados, mas “corrigidos”, conforme Figura 3.

Figura 3- Modelo de linha longa



Fonte: Stevenson Júnior (1978).

Para este modelo, tem-se:

$$Z_{equivalente} = Z * \left( \frac{\sin(\gamma * l)}{(\gamma * l)} \right) \quad (\Omega) \quad (16)$$

$$Y_{equivalente} = Y * \left( \frac{\sin(\gamma * l / 2)}{(\gamma * l / 2)} \right) \quad (\text{siemens}) \quad (17)$$

Sendo:

$\gamma = z \times y$  - constante de propagação da onda (por metro da linha);

$z$  - impedância série por metro de linha;

$y$  - admitância *shunt* por metro de linha;

$l$  - comprimento total da linha.

Matricialmente pode-se escrever o modelo de linha longa como o seguinte quadripólo:

$$\begin{pmatrix} v_s \\ i_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_r \\ i_r \end{pmatrix} \quad (18)$$

Onde:

$$A = 1 + \left( \frac{Z_{eq} + Y_{eq}}{2} \right) \quad (19)$$

$$B = Z_{eq} (\Omega) \quad (20)$$

$$C = 1 + \left( \frac{Z_{eq} + Y_{eq}}{4} \right) * Y_{eq} \text{ (Siemens)} \quad (21)$$

$$D = 1 + \left( \frac{Z_{eq} + Y_{eq}}{2} \right) \quad (22)$$

Para o estudo de estabilidade, normalmente se emprega o modelo do  $\pi$ -equivalente, o qual também é utilizado no presente trabalho e que versa sobre a estabilidade transitória em sistemas de três ou mais máquinas.

## 2.6 Transformadores

O papel do transformador em muitos dos casos é nivelar a tensão compatibilizando a transmissão com fornecimento estipulados para seus consumidores.

De acordo com o teorema de máxima transferência de potência, a máxima potência é entregue por uma fonte a uma carga quando a impedância de carga é igual à impedância

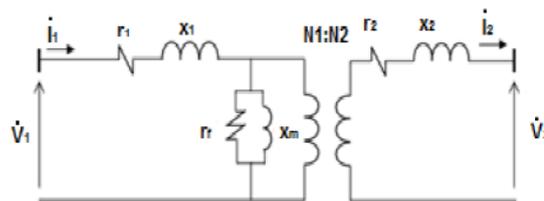
interna da fonte. Desde que nem sempre é possível, para a carga, acoplar-se à impedância da fonte, utilizam-se transformadores entre a fonte e a carga para tais propósitos (Kosov 1982).

Segundo Pagotti (2010), classificam-se os transformadores dos sistemas de potência em três categorias:

- Transformadores de geração: valores de tensão na faixa de 20/345 [kV], usados para elevação de tensão para a transmissão a partir da geração;
- Transformadores de transmissão: tensões típicas de 345/500 [kV], utilizados em transporte de energia entre os diferentes níveis de tensão no SEP;
- Transformadores de regulação: utilizado no controle do fluxo de carga e da tensão.

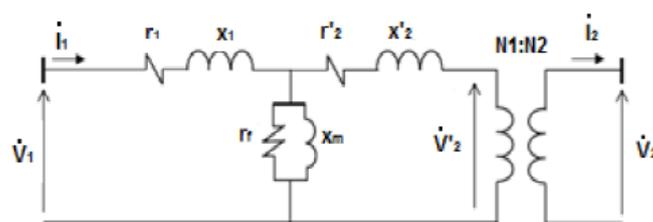
Para representação de comparações e estudos segue imagem de transformador monofásico. Com dois enrolamentos, primário e secundário, conforme figura 4:

Figura 4- Diagrama de transformador monofásico com dois enrolamentos



Fonte: Stevenson Júnior (1978).

Figura 5- Diagrama de transformador monofásico com impedância refletida no primário



Fonte: Stevenson Júnior (1978).

$$r'_2 = (N_1/N_2)^2 * r_2 = \alpha^2 * r_2 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (23)$$

$$X'_2 = (N_1/N_2)^2 * X_2 = \alpha^2 * X_2 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (24)$$

Onde:

$N_1$  é o número de espiras do primário;

$N_2$  e o número de espiras do secundário;

$\alpha$  é a relação de transformação do transformador.

$$R_{eq} = r_1 + r_2' \quad (\Omega) \quad (25)$$

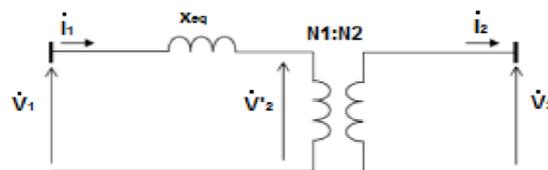
$$X_{eq} = X_1 + X_2' \quad (\Omega) \quad (26)$$

Na representação do transformador de nossos sistemas de alta, extra ou ultra tensão, será desprezado a resistência real equivalente ou a  $R_{eq}$  devido ao alto rendimento do transformador chegando próximo aos 100%.

Segundo Monticelli e Garcia (2003), os transformadores utilizados nos sistemas de transmissão utilizam o mesmo modelo de transformadores de menor porte, porém para estes, os efeitos da corrente de magnetização podem ser desprezados.

Estudos afirmam que a corrente de magnetização do transformador é muito menor que a da carga, razão pela qual também se despreza o ramo paralelo, já que nesta situação o primário se torna um circuito em alta impedância (devido ao núcleo). Resta assim, a figura 6 para representação do transformador em estudos de SEP.

Figura 6 – Representação simplificada do transformador

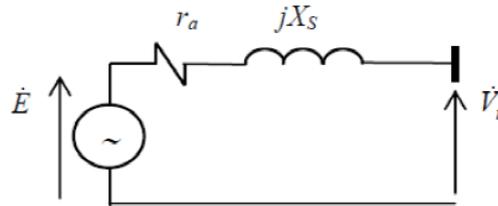


Fonte: Stevenson Júnior (1978).

## 2.7 Geradores

Os geradores são os equipamentos responsáveis pela transição de energia de diversas fontes em energia elétrica, neste tópico será representado e concentrado em regime permanente, que é a forma utilizada para o estudo em sep, uma vez que sua representação seria de uma complexidade considerável, devido aos enrolamentos do estator, enrolamentos amortecedores, do núcleo da armadura representados na figura 7.

Figura 7- Modelo de geradores representado em regime permanente



Fonte: Stevenson Júnior (1978).

Sendo:

$r_a$ - resistência da armadura; [ $\Omega$ ]

$X_s$ - reatância síncrona; [ $\Omega$ ]

$V_t$ -Tensão nos terminais. [V]

Será mais detalhado em outros tópicos, pois os geradores síncronos é um dos equipamentos principais que serão estudados e aprofundados nesta pesquisa. Para o estudo de estabilidade, lança-se mão de outro modelo que será descrito utilizando-se como representação para a impedância do gerador, a reatância transitória.

## 2.8 Geradores operando em paralelo

A utilização de geradores associados em paralelo é muito vantajosa em vários pontos de vista, visando manutenção, pode se efetuar manutenções sem que o sistema seja interrompido, em variações de demanda no transcorrer do dia, podendo efetuar retiradas de geradores de funcionamento em horas que não são exigidos na geração, atuam em planos de emergências em indústrias, hospitais, ou seja, operando com geradores em paralelo aumenta-se a flexibilidade e a fiabilidade do sistema elétrico uma vez que, várias fontes geradoras de diversas regiões do país podem entrar ou sair do sistema quando demandados ( MENDES; CORDEIRO, 2010).

A operação em paralelo é muito vantajosa para o sistema e seus usuários, mas requer algumas condições que devem ser seguidas para o pleno funcionamento sem causar danos aos equipamentos.

“A primeira condição a ser respeitada, é que a tensão de geração de todos os geradores ligados em paralelo deve ser a mesma. Se esta condição não for respeitada, será gerada uma corrente de circulação entre os geradores, que danifica os mesmos, queimando enrolamentos, causando superaquecimento, e reduzindo a vida útil dos equipamentos como um todo.

Para o caso de geradores trifásicos, a sequência de fases na ligação dos geradores com o barramento alimentado deve ser a mesma para cada um deles. Caso esta condição não seja respeitada, cada fase do barramento terá uma tensão nominal diferente das outras, o que causará curto-circuito, podendo inclusive queimar os geradores em paralelo. Outro critério que deve ser respeitado é o da frequência. Há ainda uma condição de paralelismo referente aos ângulos de defasagem dos geradores operando em paralelo. Se um deles tiver ângulo diferente dos outros, surgirá uma diferença de potencial atuando sobre dois pontos de uma mesma fase. Isso dará origem a uma corrente circulante entre os vários geradores, que reduzirá a vida útil dos mesmos e poderá destruir os condutores de ligação e danificar os barramentos” (MENDES; CORDEIRO, 2010, p. 6).

## 2.9 Cargas

O comportamento da carga pode ser modelado em função da tensão sobre a mesma, desse modo a carga pode ser representada como:

- a) Potência constante;
- b) Corrente constante;
- c) Impedância constante.

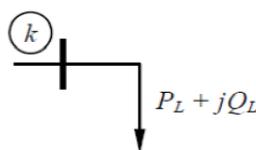
## 2.10 Cargas para estudo de Curto-Circuito

Para o estudo de curto-circuito, pequenos motores e pequenas cargas estáticas geralmente são desprezadas. Apenas grandes motores afetam significativamente no estudo de curto-circuito e, por isso, tais máquinas são consideradas nesses estudos (STEVENSON JUNIOR, 1978).

## 2.11 Carga para estudo de Fluxo de Potência

Neste tipo de estudo a carga é modelada como potência ativa e reativa constantes representada na figura 8.

Figura 8- Representação de carga para fluxo de Potência

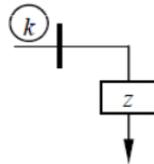


Fonte: Stevenson Júnior (1978).

## 2.12 Representação da Carga para estudo de Estabilidade

Em estudos de estabilidade de sistemas elétricos a carga é representada como impedância constante, já que o foco principal deste estudo se concentra na dinâmica do sistema (principalmente geradores síncronos) e não na dinâmica da carga, conforme figura 9.

Figura 9- Representação de cargas com impedância constante



Fonte: Stevenson Júnior (1978).

No estudo de estabilidade é adotada a carga como impedância constante. Com este intuito foi admitida na matriz admitância, as impedâncias constantes. Utilizando a equação:

$$Y_{ncarga} = (P_{ncarga} - j * Q_{ncarga}) / V_n^2 \quad (27)$$

Onde:

$P$  – potência ativa da carga ligada à barra  $n$ ;

$Q$  – potência reativa da carga ligada à barra  $n$ ;

$V$  – módulo da tensão inicial na barra  $n$ ;

$Y$  – representação da carga em admitância.

## 2.13 Máquina síncrona

A utilização da máquina síncrona, seja ela para geração de energia elétrica ou mecânica, tem seu lugar garantido em nossas residências, na indústria, hospitais e em nossa geração. A modelagem dessas máquinas sempre é um desafio para a engenharia, que sempre visa aprimorar modelos e otimizar o trabalho dessas máquinas. Pesquisas e teorias são sempre desenvolvidas nesta área, propondo novas ideias para correção de problemas.

Este tópico tem por finalidade apresentar a teoria proveniente das máquinas síncronas e que servirá como base para o estudo de estabilidade no sistema elétrico de potência.

## 2.14 Princípio de Operação

A máquina síncrona é composta do estator, que aloja um enrolamento monofásico ou trifásico e onde será induzida tensão pelo movimento do rotor. No enrolamento do estator será induzida uma tensão alternada, a qual produzirá uma corrente igualmente alternada quando o mesmo se encontrar sob carga. O rotor contém um enrolamento que é alimentado com corrente contínua e que serve para criar campo magnético principal na máquina.

Além do enrolamento de campo, um enrolamento curto-circuitado, chamado de amortecedor é projetado com a intenção de amortecer oscilações criadas por perturbações nas condições nominais de operação da máquina síncrona (BRETAS; ALBERTO; RAMOS, 2000).

Por questões técnicas e se tratando de geração de energia para o sistema, e por este ser trifásico, impõe na construção, que a máquina síncrona possua dois polos salientes (para simplificar) e três enrolamentos no estator, correspondentes às fases *a*, *b* e *c* e um enrolamento de campo.

## 2.15 Modelo Clássico

Este modelo é chamado de clássico, visto que foi um dos primeiros a ser usado em estudos de estabilidade dinâmica, sendo amplamente aplicado até os dias atuais. Nele, o fluxo concatenado pelo circuito de campo da máquina síncrona é considerado constante por um intervalo de tempo igual a 1 ou 2 segundos. O modelo clássico é de grande importância para os estudos dos conceitos básicos de estabilidade (YU, 1983; ANDERSON e FOUAD, 1993; KUNDUR, 1994).

Para medir as grandezas eletromagnéticas da máquina, adota-se uma referência. Quando se estabelece uma referência fixa ao estator para medi-las, apresenta-se uma variação no tempo em função de  $\theta$  como mostrado na Figura 10, pois a máquina síncrona é uma máquina elétrica girante.

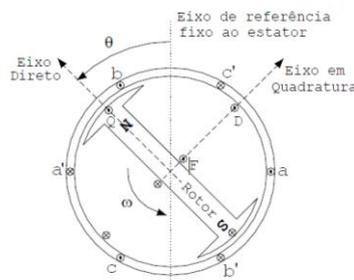
Uma forma de simplificar o modelo é adotar uma referência girante que acompanhe o movimento do rotor, criando por sua vez novas variáveis para o estator, que passam a ser independentes do tempo.

A referida simplificação pode ser feita pela Transformação de Park, que consiste em uma transformação linear que simplifica as equações da máquina. Em outras palavras,

fisicamente transforma os enrolamentos estatóricos fixos e enrolamentos rotóricos girantes em enrolamentos estatóricos fixos e rotóricos pseudo-estacionários (BARBI, 1985).

Com a utilização dessa simplificação, geram-se três novas correntes:  $i_0$ ,  $i_d$  e  $i_q$ . A corrente  $i_0$  é estacionária, proporcional a corrente de sequência zero. A corrente  $i_d$  corresponde à “projeção” das correntes de fase ao longo de um eixo paralelo ao eixo magnético do enrolamento de campo, denominado de eixo direto (eixo d). Por fim, a corrente  $i_q$  corresponde a “projeção” das correntes de fase ao longo de um eixo atrasado de 90 graus em relação ao eixo direto, chamado de eixo em quadratura (eixo q) representado na figura 10 (BRETAS; ALBERTO; RAMOS, 2000).

Figura 10 – Representação da transformada de Park



Fonte: Bretas; Alberto; Ramos (2000).

$$\begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta_i & -\cos \delta_i \\ \cos \delta_i & \sin \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ri} \\ I_{mi} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Transformação da Corrente  $x-y \rightarrow d-q$

$$\begin{bmatrix} V_{di} \\ V_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta_i & -\cos \delta_i \\ \cos \delta_i & \sin \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ri} \\ V_{mi} \end{bmatrix} \quad (29)$$

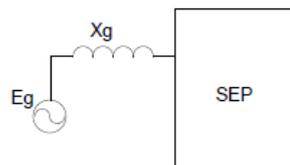
Transformação da Tensão  $x-y \rightarrow d-q$

As simplificações principais desse modelo são (NAZARENO, 2003):

- Reguladores de tensão não estão presente e excitação manual é utilizada. Isto implica que em regime de operação, a magnitude da tensão da fonte do modelo que é determinada pela corrente de campo seja constante;
- Circuitos amortecedores são desconsiderados;

- c) O decréscimo do fluxo do circuito de campo é desprezado;
- d) A potência mecânica injetada pelo elemento primário é considerada constante;
- e) A saliência tem efeito pequeno e é desprezada para estudo da estabilidade transitória conforme representado na figura 11.

Figura 11-Representação equivalente de esquema elétrico do gerador modelo clássico



Fonte: Bretas; Alberto; Ramos (2000).

Onde:

$x_g$  – igual à reatância síncrona  $x_d$  para análise em regime permanente e igual a  $x_d'$  para análise transitória;

$E_g$  – proporcional ao fluxo de campo concatenado, que é suposto constante, também é chamado como tensão interna de gerador.

No estado de regime permanente existe um equilíbrio entre o torque mecânico (ou potência mecânica) e o torque de carga elétrica (ou potência). Portanto, todas as equações elétricas da máquina síncrona tornam-se equações algébricas, restando apenas as equações de velocidade e ângulo na formulação do espaço de estados, que serão apresentadas na seção subsequente.

## 2.16 Influência do Ângulo na Potência

Seja o sistema simplificado da figura 12, composto por gerador, linha e motor.

Figura 12- Sistema de potência simplificado



Fonte: Stevenson Junior(1978).

A transferência de potência do gerador para o motor é função da diferença angular ( $\delta$ ) dos rotores das máquinas síncronas. Essa transferência de potência é dada por (VANDER,2007):

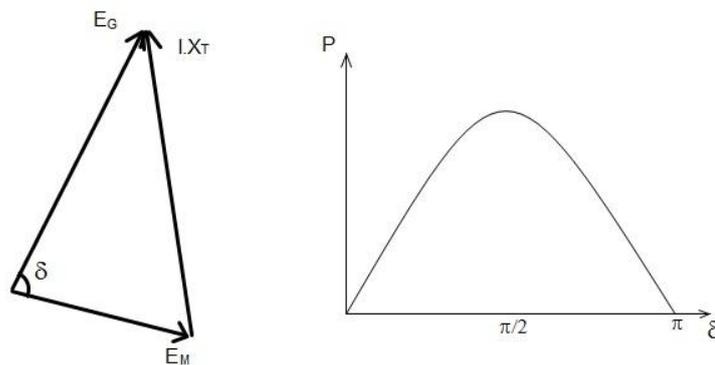
$$P = \frac{E_G E_M}{X_T} \text{sen } \delta \quad (30)$$

onde:

$$X_T = X_G + X_L + X_M \quad (31)$$

Sendo assim, tem-se o comportamento da potência conforme na figura 13.

Figura 13- Potência x Ângulo



Fonte: Bretas, Alberto, Ramos (2000).

Conforme pode-se notar, a potência varia numa relação não-linear. O valor máximo ocorre quando o ângulo assume  $90^\circ$ . A partir daí, o valor decresce à medida que  $\delta$  aumenta.

## 2.17 Estabilidade de máquinas síncronas

Um sistema elétrico de potência, comumente, é um sistema de grande porte e sua estabilidade está atrelada a uma série de equipamentos de operação e controle e, também, pela técnica de operação e pelo carregamento do sistema. Assim, a análise de estabilidade não é algo trivial (BARBI, 1985).

Ainda segundo Barbi (1985), a década de oitenta trouxe consideráveis desafios aos engenheiros de potência devido ao substancial crescimento dos sistemas elétricos com

transmissão cobrindo longas distâncias. Algumas dificuldades comumente encontradas foram controlar as tensões nas barras, a não-convergência de fluxos de potência e pequena margem de estabilidade transitória. Logo, comportamentos não-lineares do sistema tornaram-se importantes para a manutenção da operação.

O problema de estabilidade em máquinas síncronas tem relação com o desempenho das mesmas após uma perturbação (distúrbio) no sistema, acarretando o reajuste dos ângulos de tensão das máquinas. Caso essa perturbação crie um desbalanço entre o suprimento e a demanda de potência, um novo estado de funcionamento (operação) é necessário, com posterior ajuste dos ângulos de tensão. Independentemente da situação, todas as máquinas síncronas interligadas devem se manter em sincronismo, caso o sistema seja estável, ou seja, todas elas devem manter o funcionamento em paralelo e com a mesma velocidade (GUIMARÃES, 2009).

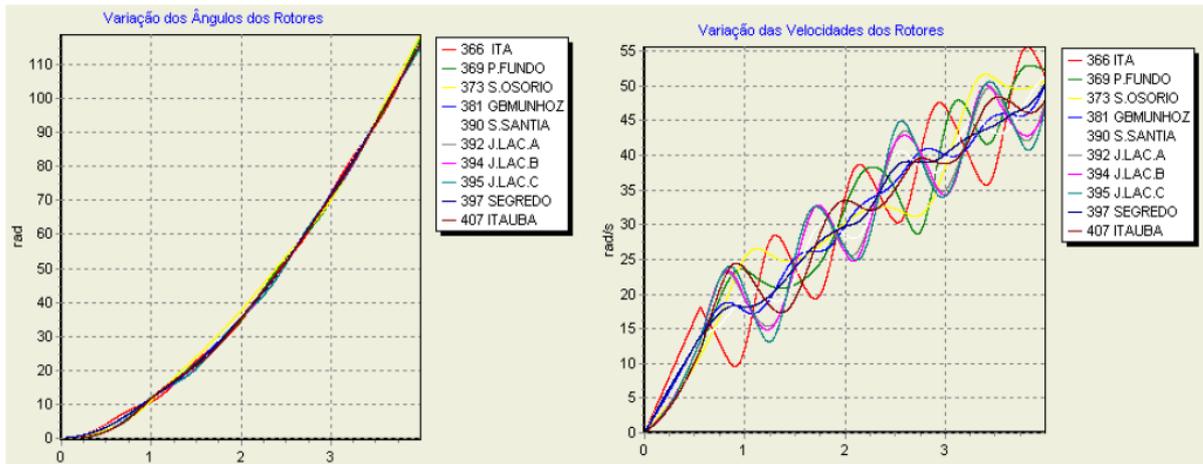
No estado de regime permanente existe um equilíbrio entre o torque mecânico (ou potência mecânica) e o torque de carga elétrica (ou potência elétrica) em cada máquina, fazendo com que a velocidade do rotor permaneça constante. Se o sistema sofre uma perturbação, esse equilíbrio se desfaz, resultando em aceleração ou desaceleração dos rotores das máquinas (DA MATA, 2010).

O aumento dos sistemas e suas interligações torna-se difícil a manutenção do sincronismo entre as várias partes de um sistema de potência. A habilidade desse sistema e seus componentes para desenvolver forças que conservem o sincronismo e o equilíbrio é chamada de estabilidade (STEVENSON JUNIOR, 1978).

A estabilidade do sistema de potência é a capacidade de um sistema de energia elétrica dada uma condição de operação inicial, de recuperar um estado de equilíbrio operacional, depois de sujeito a uma perturbação física, com variáveis de sistema mais limitado, de modo que praticamente todo o sistema permanece intacto (KUNDUR, *et al.*, 2004).

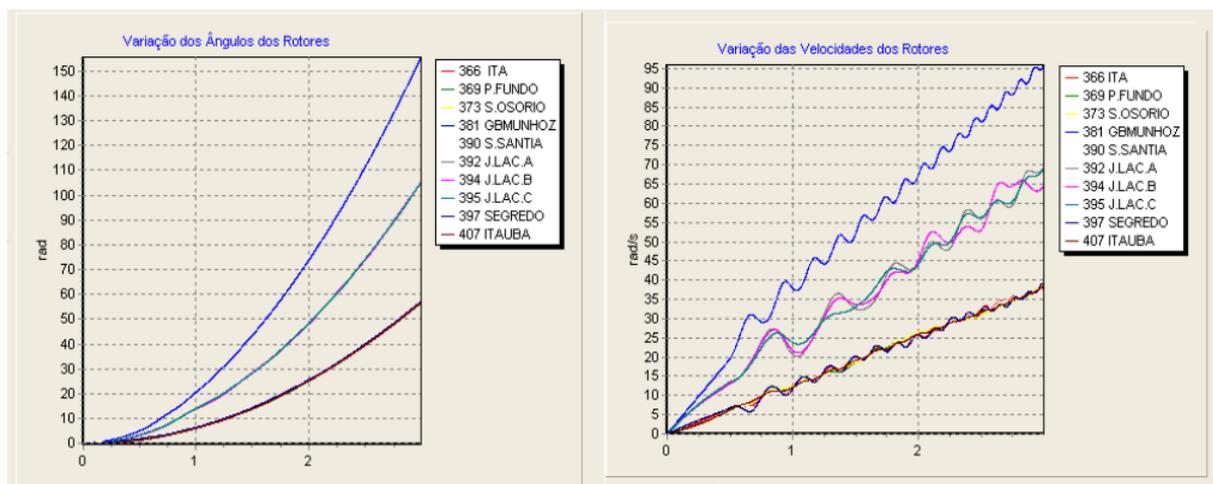
Segundo Guimarães (2009) o elemento importante no caso de um sistema multimáquinas é a diferença angular, onde o ângulo do rotor é medido com relação a uma referência girando a velocidade síncrona demonstrados nas figuras 14 e 15.

Figura 14- Representação de sistema estável



Fonte: Garcia; Lopes; Da Silva (2013).

Figura 15- Representação de sistema instável



Fonte: Garcia; Lopes; Da Silva (2013).

## 2.18 Tipos de Estabilidade

O evento de estabilidade das máquinas síncronas pode ser relacionado de acordo com impactos ocasionados por grandes perturbações sobre o Sistema Elétrico.

Um evento Transitório geralmente é causado por grandes perturbações no Sistema, eventos como curto-circuito, grande variação de carga, perda de um ou mais geradores, falha ou perda de alguma linha, ou uma combinação de tais eventos. Pequenos impactos são considerados como problema de estabilidade dinâmica, como variações de cargas aleatórias que ocorrem sob condições normais de funcionamento e a perda de uma carga de pequeno

porte. A classificação da estabilidade do sistema de potência é baseada nas seguintes considerações (KUNDUR, *et al.*, 2004):

- a) A natureza física do modo resultante de instabilidade, como indicado pela variável do sistema principal, em que a instabilidade pode ser observada;
- b) A dimensão da perturbação considerada, o que influencia o modo de cálculo e de previsão da estabilidade;
- c) Os dispositivos, processos e o intervalo de tempo que deve ser tomado em consideração, a fim de avaliar a estabilidade.

## 2.19 Estabilidade Transitória

Considera-se, para estudo de estabilidade transitória como já visto anteriormente, apenas eventos envolvendo graves variações e bruscas de geração e/ou cargas, as quais podem levar a perda de sincronismo entre as máquinas síncronas ligadas ao barramento. Consideram-se também as variações nas tensões induzidas nos enrolamentos de campo e amortecedores, além disso, leva-se em conta principalmente a “oscilação inicial” onde a ação dos reguladores primários é inexistente.

O critério principal para a estabilidade é que as máquinas síncronas mantenham o sincronismo no final do período transitório (KUNDUR, 1994).

O sistema está sujeito a grandes distúrbios que ocasionam situações de desequilíbrio de potência, surgirá então, um excesso ou *déficit* de energia nas máquinas, que ocasionará a aceleração ou desaceleração de seus rotores. Como resultado, os ângulos das máquinas se alteram no tempo, na tentativa de restabelecer o novo equilíbrio de potência. Nesta situação, o sistema pode encontrar um ponto de operação estável por si só, ou seja, um equilíbrio que leva ao atendimento energético absoluto (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Porém, o sistema pode não encontrar este equilíbrio e uma intervenção torna-se necessária de maneira que o sistema volte a operar de forma estável. Para isso é preciso atuar no sistema isolando o defeito ou até realizando rejeição de carga. O ajuste ao novo estado de funcionamento é o chamado período transitório. O comportamento do sistema durante esse tempo é chamado de desempenho do sistema dinâmico, tendo como preocupação a definição da estabilidade do sistema. (ANDERSON; FOUAD, 2003).

Se, após a eliminação do defeito, o sistema encontrar um ponto de operação estável, é chamado de estável transitoriamente. O tempo máximo de eliminação do defeito para que o sistema permaneça estável é dito tempo crítico de abertura. Assim, a eliminação do defeito

antes do tempo crítico proporciona um sistema estável e após o tempo crítico de abertura um sistema instável (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Os estudos de estabilidade transitória se estendem por um período de tempo de até, aproximadamente, 1 segundo.

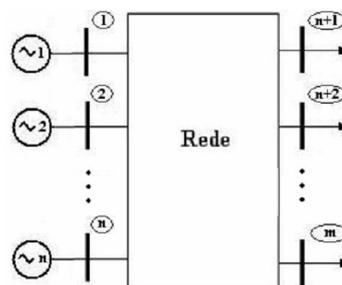
A preocupação primordial nos estudos de estabilidade transitória é a verificação da manutenção do sincronismo entre as máquinas num curto período de tempo após a ocorrência do distúrbio, durante o qual, a ação dos controladores não causa efeitos significativos no comportamento do sistema. (DA MATA, 2005).

## 2.20 Sistema Multimáquinas

O sistema elétrico brasileiro conta com um total de 1429 usinas, estando 1076 em operação, 110 em construção e outras 243 com sua construção prevista (ELETROBRAS, s.d.). Divididas entre usinas hidrelétricas, nucleares e eólicas entre outras. Sem diferenciação da matéria prima usada para produção da energia, todas as usinas utilizam de geradores elétricos. Esses geradores podem ser: síncronos, assíncronos, de corrente contínua, entre outros. As centrais hidrelétricas e termoeletricas em sua grande maioria utilizam geradores síncronos, objeto deste estudo. Todas essas máquinas estão conectadas pelo grande sistema de transmissão brasileiro, tornando-se, portanto, um sistema multimáquinas.

Um sistema multimáquinas é definido para um conjunto de  $n$  máquinas, possuindo  $m$  barras como na figura 7:

Figura 16: Sistema Multimáquinas



Fonte: Bretas, Alberto, Ramos (2000).

As injeções de correntes nas barras são dadas por:

$$I = Y * V \quad (32)$$



Sabendo que apenas as barras cujas quais estão ligados os geradores têm injeção de corrente, a equação (4.3) se torna:

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gr} \\ Y_{rg} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ V \end{bmatrix} \quad (32.3)$$

Utilizando de métodos de redução de matrizes, tem-se:

$$I_g = [Y_{gg} - Y_{gr}Y_{rr}^{-1}Y_{rg}]E \quad \Rightarrow \quad I_g = Y_{red}E \quad (32.4)$$

Seja agora, a potência elétrica gerada pelo i-ésimo gerador:

$$\dot{S}_i = \dot{E}_i \dot{I}_{gi}^* \quad (32.5)$$

Manipulando as admitâncias de transferência entre barras:

$$Y_{ij} = Y_{ij} \angle \theta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (32.6)$$

Onde:

$G_{ij}$  – condutância de transferência;

$B_{ij}$  – susceptância de transferência.

Dentro do sistema multimáquinas, os geradores estão ligados paralelamente entre si, e para que o sistema trabalhe de forma satisfatória é necessário que os ângulos das tensões e correntes estejam igualmente defasados. Portanto se faz necessário que os geradores trabalhem em sincronismo. Em verdade, a análise de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas em sistemas de potência é uma análise de sincronismo entre as máquinas e não de estabilidade do sistema (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Quando um distúrbio de grande porte atinge o sistema e há uma aceleração desigual entre as máquinas é necessária uma intervenção da proteção para que esse desequilíbrio na defasagem entre uma máquina e outra não cause danos ao sistema como o todo. Para que a proteção atue é necessário o estudo e cálculo de cada sistema para definir o tempo de abertura dos disjuntores responsáveis por isolar o defeito.

De acordo com Bretas e Alberto (2000) as máquinas síncronas são modeladas através de equações diferenciais, quando em regime permanente, a velocidade da máquina possui um

valor muito próximo da velocidade síncrona (60Hz no Brasil); portanto,  $\theta$  será uma função do tempo em condições de regime permanente. Para eliminar este inconveniente toma-se como referência angular um eixo girando à velocidade síncrona “ $\omega_s$ ”, isto é:

$$\theta(t) = (\omega_s t + \alpha) + \delta_m(t) \quad (33)$$

Onde:

$(\omega_s t + \alpha)$  - referência girante à velocidade síncrona;

$\alpha$  - ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no tempo  $t=0$ ;

$\delta_m(t)$  - ângulo mecânico formado entre o rotor a e referência girante.

Obtendo a derivada da equação (33) em função do tempo(t), chegamos ao seguinte resultado:

$$\dot{\theta}(t) = \omega_s + \dot{\delta}_m(t) = \omega_m \rightarrow \text{Velocidade angular mecânica} \quad (34)$$

Encontrando a aceleração obtemos:

$$\ddot{\theta}(t) = \ddot{\delta}_m(t) \quad (35)$$

Perceba que, sem levar em consideração a referência utilizada, a aceleração angular é a mesma, o que nos leva a interpretar um sistema de referência girante como um sistema inercial. Por fim, a equação diferencial que representa o comportamento de  $\delta_m$  em função do tempo é a mesma que representa o comportamento de  $\theta$ , sendo assim:

$$J\delta_m = T_m - T_s \quad (36)$$

Onde :

$J$  - Momento de inércia; [Kg.m<sup>2</sup>]

$T_m$ - Torque mecânico líquido da turbina; [N.m]

$T_s$ - Torque eletromecânico entregue pelo gerador.[N.m]

Segundo Bretas e Alberto (2000), em regime permanente, a máquina rotaciona à velocidade síncrona de maneira que  $\delta_m$  não varia. Simplificando a abordagem matemática com esta alteração de variáveis, modificando o problema de soluções de equilíbrio em problemas de pontos de equilíbrio de um conjunto de equações diferenciais.

Medições de torque em sistema elétricos de potência é um processo mais trabalhoso, levando em conta que a medição de potência é um processo considerável mais simples e que pode ser efetuado através de grandezas puramente elétricas. Multiplicando os dois membros da equação (35) pela velocidade angular mecânica  $\omega_m$  obtém-se uma equação diferencial em função das potências relacionadas no sistema, isto é (Bretas; Alberto, 2000):

$$J\omega_m\delta_m = P_m - P_e [W] \quad (37)$$

Ainda segundo Bretas e Alberto (2000), assume que a velocidade  $\omega_m$ , se aproxime ao máximo de  $\omega_s$ . Se tal aproximação não existisse, ocorreria perda de sincronismo rapidamente e o sistema transformaria em instável, em seguida a simplificação da equação:

$$J\omega_m \cong J\omega_s = M_m K g m^2 / s = [J_s] = [W s^2] \quad (38)$$

Onde:

$M_m$ - Constante de inércia da máquina. [M.J-seg/ rad ]

Em termos de potencia o resultado para a equação diferencial é:

$$M_m\delta_m = P_m - P_e [W] \quad (39)$$

A potência elétrica  $P_e$  injetada na rede é uma função dos ângulos elétricos da rede, logo, é necessário relacionar os ângulos mecânicos das máquinas “ $\delta m's$ ”, com os ângulos elétricos da rede “ $\delta e's$ ”. Para isto, seja “ $p$ ” o número de polos da máquina, então se tem a seguinte relação (BRETAS ; ALBERTO, 2000):

$$\omega_e = \frac{p}{2} \omega_m \quad (40)$$

Derivando a equação em função do tempo, tem-se:

$$\ddot{\delta}_e = \frac{p}{2} \delta_m \quad (41)$$

Representação do comportamento dinâmico da máquina em termos dos ângulos elétricos na equação diferencial:

$$\frac{2M_m}{p} \delta_e = P_m - P_e \quad [W] \quad (42)$$

A representação para uma melhor uniformidade e facilidade nos cálculos envolvendo o sistema elétrico de potência utilizaremos em nossas grandezas em por unidades (p.u). Efetuando a divisão da equação (41) por uma “S<sub>b</sub>” (potência base) transferimos para p.u. e obtemos: (BRETAS ; ALBERTO, 2000) .

$$\frac{2M_m}{pS_B} \dot{\delta}_e = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} \quad [p.u.] \quad (43)$$

Segundo Bretas e Alberto (2000), para a equação (42), igualar  $\frac{2M_m}{pS_B}$  à M, sendo M uma nova constante de inércia em p.u. já corrigida pelo número de polos da máquina. Assim sendo, para cada máquina do sistema será representada por uma equação de segunda ordem. Então como dito anteriormente para um sistema constituído por n-máquinas, obteremos n-equações diferenciais de ordem 2 , estabelecidas por:

$$M_i \ddot{\delta}_i = P_{mi} - P_{ei} \quad [p.u.] \quad p/i = 1, \dots, n \quad (44)$$

$P_{mi}$ - potência mecânica em p.u. injetada na máquina “i”;

$P_{ei}$ - potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “i”.

A potência elétrica injetada na barra *i* é descrita pela equação:

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{j=1}^n [C_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (45)$$

As componentes  $C_{ij}$  e  $D_{ij}$  da equação (44) podem ser encontrados desta maneira:

$$C_{ij} = |E_i| |E_j| B_{ij} \quad (46)$$

$$D_{ij} = |E_i| |E_j| G_{ij} \quad (47)$$

Onde:

$C_{ij}$  – Parte real da matriz  $Y_{ij}$ .

$B_{ij}$  – Parte imaginária da matriz  $Y_{ij}$ .

As equações diferenciais de ordem dois (43) são conhecidas como equações de balanço (swing) do sistema, formuladas de um sistema ideal sem perdas mecânicas ou qualquer perda resultante do funcionamento do equipamento. Ao considerar estas perdas (amortecimentos) a equação diferencial obtém características dinâmicas de cada máquina. (BRETAS ; ALBERTO, 2000).

$$M_i \ddot{\delta}_i + p_{di} = p_{mi} - p_{ei} \text{ [p.u.]} \quad i = 1, \dots, n \quad (48)$$

Conforme Bretas e Alberto (2000), assumindo a potências de atrito proporcional à velocidade da máquina. Outro meio existente de amortecimento acontece devido à torques assíncronos entre máquinas, e é proporcional à diferença de velocidade entre as mesmas:

$$p_{di} = D_i \omega_i + \sum_{j=i}^n D_{ij} (\omega_i - \omega_j) = D_i \dot{\delta}_i + \sum_{j=i}^n D_{ij} (\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_j) \quad i = 1, \dots, n \quad (49)$$

Desconsiderando os amortecimentos devido a torques assíncronos para esta modelagem, o conjunto de equações diferenciais ficará desta forma:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei} \quad i = 1, \dots, n \quad (50)$$

$D_i$  - constante de amortecimento correspondente a i-ésima máquina do sistema.

Para a análise de estabilidade de um sistema é indispensável à análise de três regimes:

- a) Pré-falta ou regime permanente;
- b) Em- falta;
- c) Pós-falta.

Período Pré-falta ou regime permanente, é o estágio onde a angulação elétrica da rede se mantém constante, e a equação diferencial para este estado é dada:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei}^{prf} = 0 \quad \begin{cases} t \leq 0 \\ \delta_i(t) = \delta_i^0, \dot{\delta}_i(t) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (51)$$

Onde:

$M_i$  – Constante de inércia; [M.J-seg/ rad ]

$\ddot{\delta}_i$  – Aceleração do rotor em radianos; [rad/ s<sup>2</sup>]

$D_i$  – Constante de amortecimento;

$\dot{\delta}_i$  – Velocidade do rotor em radianos; [ω]

$p_{mi}$  – Potência mecânica em p.u. injetada na máquina “*i*”; [w]

$p_{ei}^{prf}$  – Potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “*i*”, pré-falta.[w]

Período em falta, é o qual em que num dado instante  $t=0$ , aconteça uma falta, resultando em modificações nos parâmetros da rede. Uma nova equação origina para este período, uma vez que a potência elétrica disponibilizada à rede pela máquina “*i*” depende dos parâmetros da rede que foram alterados, ficando a nova equação diferencial para o período em falta desta maneira:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei}^f = 0 \quad \begin{cases} 0 < t \leq t_a \\ \delta_i(0) = \delta_i^0, \dot{\delta}_i(0) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (52)$$

Onde:

$M_i$  – Constante de inércia; [M.J-seg/ rad ]

$\ddot{\delta}_i$  – Aceleração do rotor em radianos; [rad/ s<sup>2</sup>]

$D_i$  – Constante de amortecimento;

$\dot{\delta}_i$  – Velocidade do rotor em radianos;[ω]

$p_{mi}$  – Potência mecânica em p.u. injetada na máquina “*i*”;[w]

$p_{ei}^f$  – Potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “*i*”, durante a falta.[w]

$t_a$  – Tempo de abertura.[s]

Após correção ( $t \geq t_a$ ), o sistema tem seu comportamento reestabelecido em regime permanente, mas com parâmetros diferentes do sistema pré-falta que resultou na equação de

pré-falta (50), deste modo uma nova equação é obtida com os novos parâmetros do sistema para o período pós-falta:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei}^{pf} = 0 \quad \begin{cases} t \geq t_a, \\ \delta_i^{pf}(t_a) = \delta_i^f(t_a) \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (53)$$

Onde:

$M_i$  – Constante de inércia; [M.J-seg/ rad ]

$\ddot{\delta}_i$  – Aceleração do rotor em radianos;[rad/s<sup>2</sup>]

$D_i$  – Constante de amortecimento;

$\dot{\delta}_i$  – Velocidade do rotor em radianos;[ω]

$p_{mi}$  – Potência mecânica em p.u. injetada na máquina “ $i$ ”;[w]

$p_{ei}^{pf}$  – Potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “ $i$ ”, pós-falta.[w]

$t_a$  – Tempo de abertura.[s]

### 3 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Neste momento são apresentados os métodos numéricos utilizados na resolução das equações de balanço (swing) do sistema multimáquinas, bem como o algoritmo de implementação deste, em ferramentas computacionais. Iremos apresentar o Método de Euler, critério das áreas iguais e o Método de Runge Kutta, sendo o último implementado no algoritmo deste trabalho, no intuito de minimizar os erros de truncamento das equações de segunda ordem.

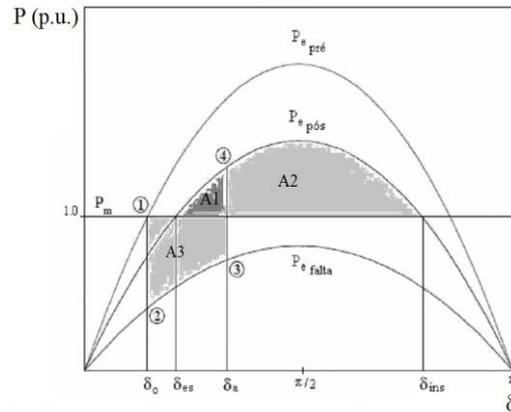
#### 3.1 Critério das Áreas Iguais

A ideia pioneira na resolução do problema da estabilidade de modo rápido é conhecida como *critério das áreas iguais*. O princípio base desse critério é o da energia do sistema. O sistema MBI (Máquina Barramento Infinito) em falta pode ser considerado um sistema conservatório, ou seja, a variação da energia cinética é sempre igual ao negativo da variação da energia potencial. Essa consideração é permitida a partir do momento que se desconsideram as perdas por amortecimento (STEVENSON JUNIOR, 1978).

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = -[P_m - P_e(\delta)] d\delta \quad (54)$$

Viu-se anteriormente que o ângulo máximo que pode ser atingido após a eliminação do defeito, para que o sistema permanecesse estável, é o ângulo que corresponde ao ponto de equilíbrio instável (dins), como é demonstrado na figura 18:

Figura 18- Critério das Áreas Iguais



Fonte: Bretas e Alberto (2000).

Portanto, sabendo que o defeito foi eliminado no instante correspondente ao ângulo ‘da’, admite-se que o sistema atinja a velocidade síncrona justamente no instante do ângulo ‘dins’. Desse modo o ângulo ‘da’ será também o ângulo crítico. A energia potencial do sistema em ‘dins’ é obtida utilizando-se da equação (53) no intervalo entre ‘des’ (referência) e ‘dins’ é:

$$E_P = -[P_m - P_e pf(\delta)] d(\delta) = A1 + A2 \quad (55)$$

E a energia potencial no instante de abertura (intervalo entre des e da) é:

$$E_P = -[P_m - P_e pf(\delta)] d(\delta) = A1 \quad (56)$$

Como a energia cinética no instante inicial (do) é tomada como nula, a energia cinética no instante de abertura (também no intervalo entre des e da) é:

$$E_C = -[P_m - P_e f(\delta)] d(\delta) = A3 \quad (57)$$

Quando a energia total do sistema no instante da abertura é igual a energia total do sistema no instante do ponto de equilíbrio instável (dins), o ângulo de abertura é também o ângulo crítico, nosso objetivo no estudo. Traduzindo essa condição em termos das áreas na figura 6 tem-se:

$$A1 + A3 = A1 + A2 \Rightarrow A3 = A2 \quad (58)$$

Levando em conta que as curvas da figura 6 têm o comportamento de cossenóides e a partir disso utilizando de algebrismo, pode-se determinar o valor do ângulo crítico ‘dcr’ como fazem BRETAS e ALBERTO (2000):

$$\cos \delta_{cr} = \frac{\{P_m(\delta_o - \delta_{ins}) + P_{max_f} \cos \delta_o - P_{max_{pf}} \cos \delta_{ins}\}}{P_{max_f} - P_{max_{pf}}} \quad (59)$$

### 3.2 Método de Euler

Para a função  $\frac{dx}{dy} = f(x, y)$ ;  $y = y_n$  quando  $x = x_n$ . Na figura 19 observa-se que em  $x = x_n + 1$  o valor  $y_n + 1$  é:

$$y_n + 1 = y_n + d_y \quad (60)$$

Do cálculo tem-se:

$$d_y = \left(\frac{dy}{dx}\right) * d_x \quad (61)$$

De (55), tem-se a aproximação para dy:

$$d_y \approx \left(\frac{dy}{dx}\right) * d_x \quad (62)$$

De (54) e (55) deduz-se:

$$y_n + 1 = y_n + (x_n + 1 - x_n) * f(x_n, y_n) \quad (63)$$

Define-se:

$$x_n + 1 - x_n = h \quad (64)$$

Da figura 19 nota-se que quanto maior o intervalo  $h$ , menor é o erro da estimativa para  $y_{n+1}$ . Por outro lado, para o mesmo intervalo, o número de computações é maior.

Usando (56) e (57), tem-se:

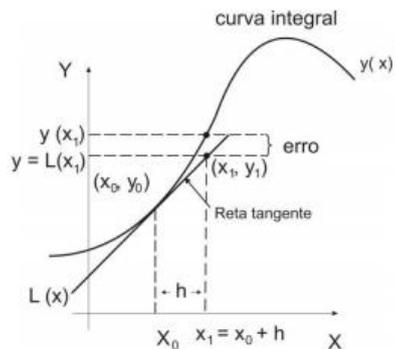
$$x_{n+1} = x_n + h \quad (65)$$

E:

$$y_{n+1} = y_n + h * f(x_n, y_n) \quad (66)$$

A equação (60) é conhecida como a Fórmula de Euler. O uso recursivo das equações (59) e (60) juntamente com as condições iniciais  $x_0$  e  $y_0$  dá a solução de uma equação diferencial pelo Método de Euler. O erro desse método é da ordem de  $O(h^2)$  identificado na figura 19.

Figura 19 - Ilustração do Método de Euler

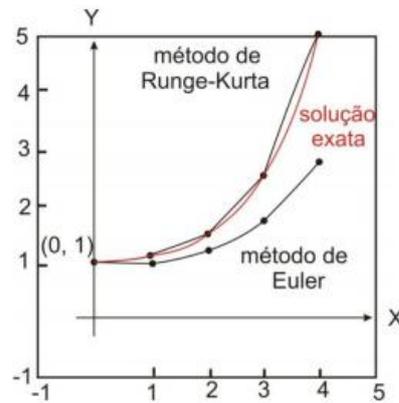


Fonte:Valle.

### 3.3 Método de Runge Kutta

O Método de Runge Kutta é um aperfeiçoamento do Método de Euler, com uma melhor estimativa da derivada da função. Isso se dá pelo fato de o método avaliar a função em mais pontos dentro do intervalo  $[x_n, x_{n+1}]$ . O Método de Runge Kutta de ordem  $n$  tem o erro da ordem de  $O(h^a)$  com  $a = n+1$  representado conforme figura 20 (VALLE, 2012).

Figura 20- Representação do Método de Runge-Kutta



Fonte: Valle.

Para o objetivo deste trabalho, utilizou-se o Método de Runge Kutta de 4ª ordem. Para uma função  $f(x,y) = dy/dx$  o método utiliza as seguintes equações:

$$k_1 = h * f(x_n, y_n) \quad (67)$$

$$k_2 = h * f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}) \quad (68)$$

$$k_3 = h * f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}) \quad (69)$$

$$k_4 = h * f(x_n + h, y_n + k_3) \quad (70)$$

$$x_{n+1} = x_n + h \quad (71)$$

$$y_{n+1} = y_n + \left(\frac{h}{6}\right) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) \quad (72)$$

### 3.4 Algoritmo

Tendo-se em mãos os métodos apresentados, pode-se aplicá-los computacionalmente para se obter a resolução numérica das equações swing do sistema multimáquinas.

PASSO 1: De posse dos dados do sistema e dos valores de operação pré-falta, são calculadas as tensões internas dos geradores para o sistema pré-falta.

PASSO 2: Também com os dados do sistema é montada a matriz Y barra do sistema pré-falta já com os barramentos internos aos geradores incluídos.

PASSO 3: Através da matriz  $Y$  barra pré-falta, são montadas também as matrizes  $Y$  barra dos sistemas em falta e pós-falta.

PASSO 4: Utiliza-se a equação 32 para se obter as matrizes  $Y$  barra pré-falta, em falta e pós-falta reduzidas.

PASSO 5: Com as matrizes  $Y$  barra reduzidas, montam-se as equações swing dos geradores para os intervalos pré-falta, em falta e pós falta.

PASSO 6: As equações do sistema em falta são resolvidas utilizando o método de Runge Kutta. Os valores iniciais de  $\delta$  e  $\omega$  para cada gerador é o valor do ângulo da tensão interna calculada no PASSO 1 e zero respectivamente. Lembrando que tem-se uma equação para cada gerador e conseqüentemente um valor de  $\delta$  e  $\omega$  para cada gerador. O tempo varia de zero até o tempo  $t_a$  desejado.

PASSO 7: Em seguida são resolvidas as equações pós-falta utilizando o mesmo método. O tempo varia de  $t_a$  até o fim do tempo da simulação.

PASSO 8: As curvas são plotadas para a análise e determinação da situação estabilidade crítica e de  $t_{cr}$  e  $\theta_{cr}$ .

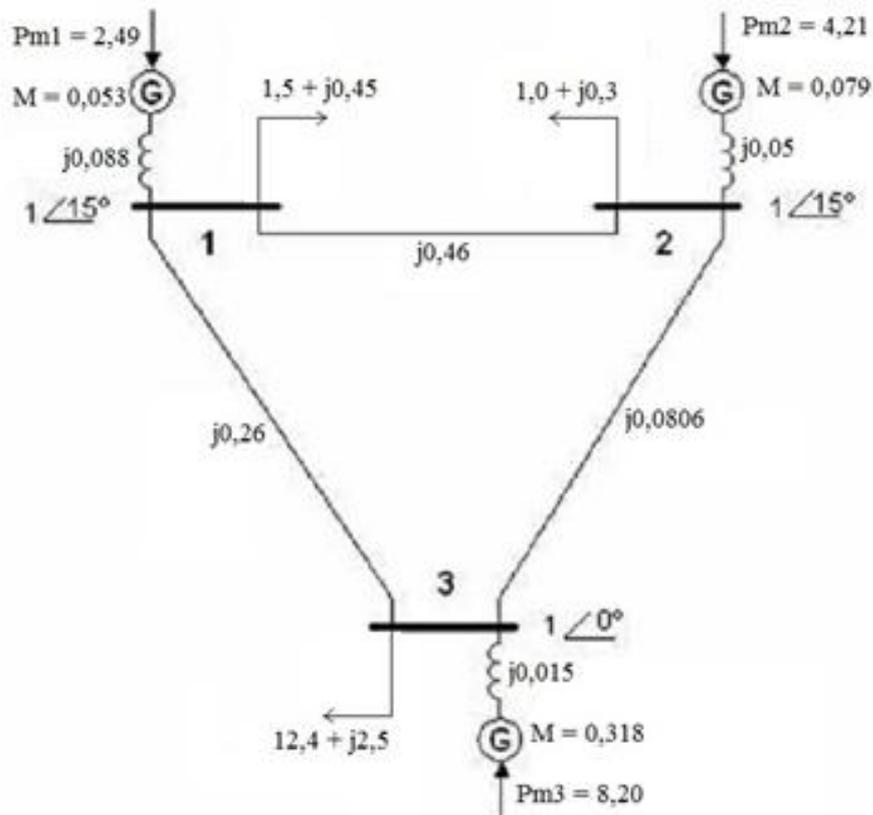
## 4 ESTUDO DE CASO

Depois de adquirido todo o conhecimento necessário e com as ferramentas em mãos, foram realizados estudos de caso, para cada situação requerida do sistema.

### 4.1 Sistema Multimáquinas

Seja o sistema com três barramentos e três geradores da figura 21. Os valores estão em p.u.

Figura 21: Sistema Multimáquinas com três Barramentos



Fonte: Bretas e Alberto, 2000.

Inicialmente calcula-se o valor das tensões internas dos geradores. De posse da matriz admitâncias inicial (3x3) pode-se fazê-lo.

$$E_i = V_i + I_i \cdot X_d'$$

Onde:

$I_i$  – corrente no barramento  $i$ ;  
 $V_i$  – tensão no barramento  $i$ ;  
 $E_i$  – tensão interna do gerador  $i$ ; e  
 $X_d'$  – reatância do gerador.

E assim, as tensões internas dos geradores são:

$$E_1 = 1,073 \angle 26,8^\circ \text{ p.u.}$$

$$E_2 = 1,057 \angle 26,5^\circ \text{ p.u.}$$

$$E_3 = 1,053 \angle 6,71^\circ \text{ p.u.}$$

Consideramos a potência consumida nas barras sendo constante e com isso, calculamos as admitâncias das cargas em cada barramento. Isso é feito para a montagem da matriz de admitâncias do sistema.

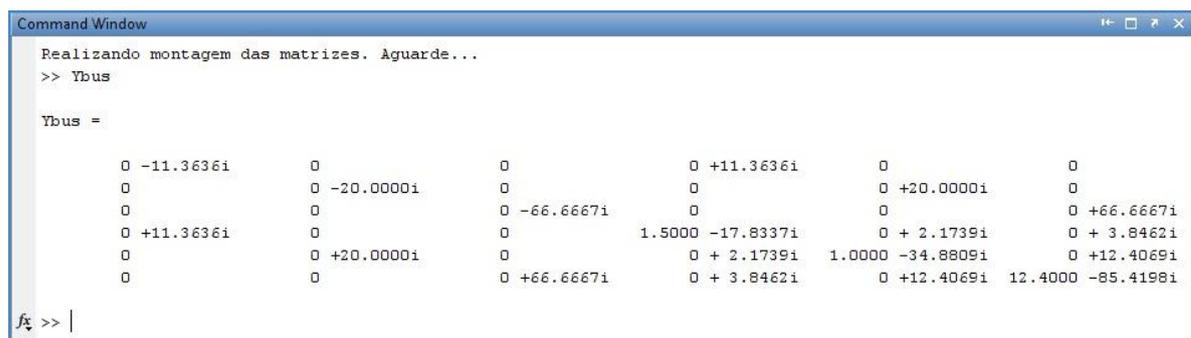
$$Y_{carga1} = \frac{S^*}{|V|^2} = \frac{1,5 - j0,45}{1^2} = 1,5 - j0,45$$

$$Y_{carga2} = \frac{S^*}{|V|^2} = \frac{1,0 - j0,3}{1^2} = 1,0 - j0,3$$

$$Y_{carga3} = \frac{S^*}{|V|^2} = \frac{12,4 - j2,5}{1^2} = 12,4 - j2,5$$

Com as admitâncias das cargas, as impedâncias das linhas e as reatâncias internas dos geradores, pode-se incluir no sistema as barras internas aos geradores e montar-se a matriz de admitâncias geral ( $Y_{bus}$ ). Tal matriz é mostrada na figura 22, obtida computacionalmente.

Figura 22: Matriz Admitâncias do Sistema em Pré-Falta



```

Command Window
Realizando montagem das matrizes. Aguarde...
>> Ybus

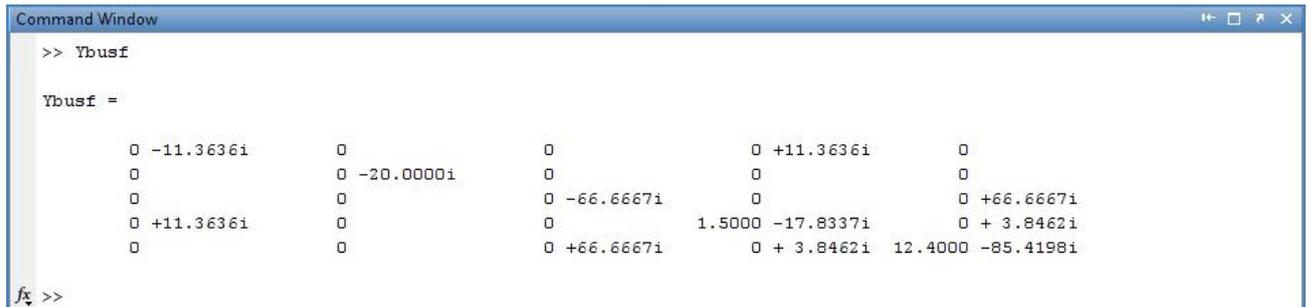
Ybus =

    0 -11.3636i    0    0    0 +11.3636i    0    0
    0 -20.0000i    0    0    0 +20.0000i    0    0
    0    0    0 -66.6667i    0    0    0 +66.6667i
    0 +11.3636i    0    0    1.5000 -17.8337i    0 + 2.1739i    0 + 3.8462i
    0    0 +20.0000i    0    0 + 2.1739i    1.0000 -34.8809i    0 +12.4069i
    0    0    0 +66.6667i    0 + 3.8462i    0 +12.4069i    12.4000 -85.4198i
  
```

Fonte: O autor.

Consideramos um curto na linha entre as barras 1 e 2 mas bem próximo à barra 2, de modo que este, pode ser admitido ocorrendo nesta barra. A matriz admitância do sistema em falta passa a ter menos uma linha e menos uma coluna. A linha e a coluna correspondentes à barra 2 são excluídas.

Figura 23: Matriz Admitância do Sistema em Falta



```

Command Window
>> Ybusf

Ybusf =

    0 -11.3636i     0         0         0 +11.3636i     0
    0 -20.0000i     0         0         0         0
    0         0     0 -66.6667i     0         0 +66.6667i
    0 +11.3636i     0         0         1.5000 -17.8337i     0 + 3.8462i
    0         0     0 +66.6667i     0 + 3.8462i  12.4000 -85.4198i

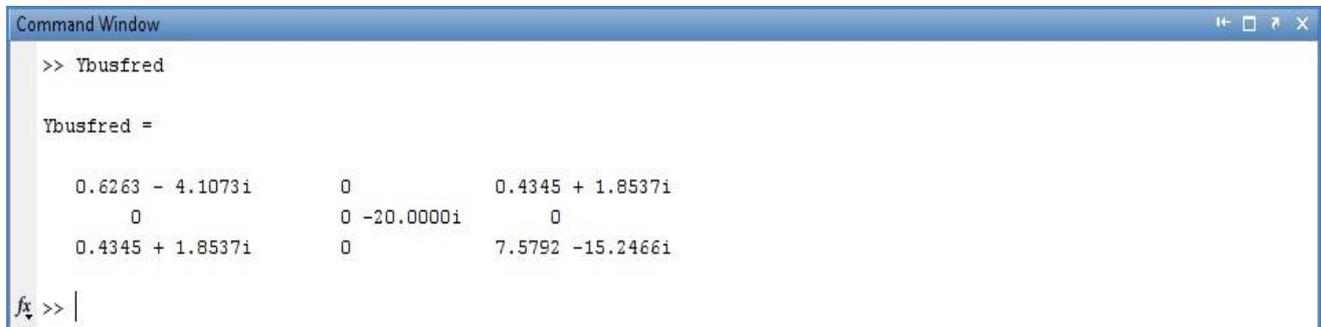
fx >>

```

Fonte:O autor.

E reduzindo-se esta através da equação (32.4) tem-se:

Figura 24:Matriz Admitância Reduzida do Sistema em Falta



```

Command Window
>> Ybusfred

Ybusfred =

    0.6263 - 4.1073i     0     0.4345 + 1.8537i
    0     0 -20.0000i     0
    0.4345 + 1.8537i     0     7.5792 -15.2466i

fx >> |

```

Fonte:O autor.

Já nas figuras 25 e 26 tem-se as matrizes admitância normal e reduzida do sistema pós-falta.

Figura 25: Matriz Admitância do Sistema Pós-Falta

```

Command Window
>> Ybusposf

Ybusposf =

    0 -11.3636i    0    0    0 +11.3636i    0    0
    0    0 -20.0000i    0    0    0 +20.0000i    0    0
    0    0    0    0 -66.6667i    0    0    0 +66.6667i
    0 +11.3636i    0    0    1.5000 -15.6598i    0    0 + 3.8462i
    0    0 +20.0000i    0    0    0    1.0000 -32.7069i    0 +12.4069i
    0    0    0 +66.6667i    0 + 3.8462i    0 +12.4069i    12.4000 -85.4198i

fx >> |

```

Fonte: O autor.

Figura 26: Matriz Admitância Reduzida do Sistema Pós-falta

```

Command Window
>> Ybusposfred

Ybusposfred =

    0.8153 - 3.1027i    0.0729 + 0.2504i    0.5729 + 2.2203i
    0.0729 + 0.2504i    0.5277 - 7.0866i    1.1673 + 6.1488i
    0.5729 + 2.2203i    1.1673 + 6.1488i    8.6055 -12.3218i

fx >>

```

Fonte: O autor.

Uma vez obtidas as matrizes pode-se agora montar as EDO's (48) correspondentes a cada gerador para o sistema em falta e pós-falta.

Em falta:

$$0,053\dot{\omega}_1 = 2,49 - 1,073^2 \cdot 0,62 - 2,09 \sin(\delta_1 - \delta_3) - 0,49 \cos(\delta_1 - \delta_3)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1$$

$$0,079\dot{\omega}_2 = 4,21$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2$$

$$0,318\dot{\omega}_3 = 8,20 - 1,053^2 \cdot 8,61 - 2,09 \sin(\delta_1 - \delta_3) - 0,49 \cos(\delta_1 - \delta_3)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3$$

Pós-falta:

$$0,053\dot{\omega}_1 = 2,49 - 1,073^2 \cdot 0,82 - 0,28 \sin(\delta_1 - \delta_2) - 0,082 \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ - 2,51 \sin(\delta_1 - \delta_3) - 0,64 \cos(\delta_1 - \delta_3)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1$$

$$0,079\dot{\omega}_2 = 4,21 - 1,057^2 \cdot 0,53 - 0,28 \sin(\delta_2 - \delta_1) - 0,082 \cos(\delta_2 - \delta_1) \\ - 6,84 \sin(\delta_2 - \delta_3) - 1,3 \cos(\delta_2 - \delta_3)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2$$

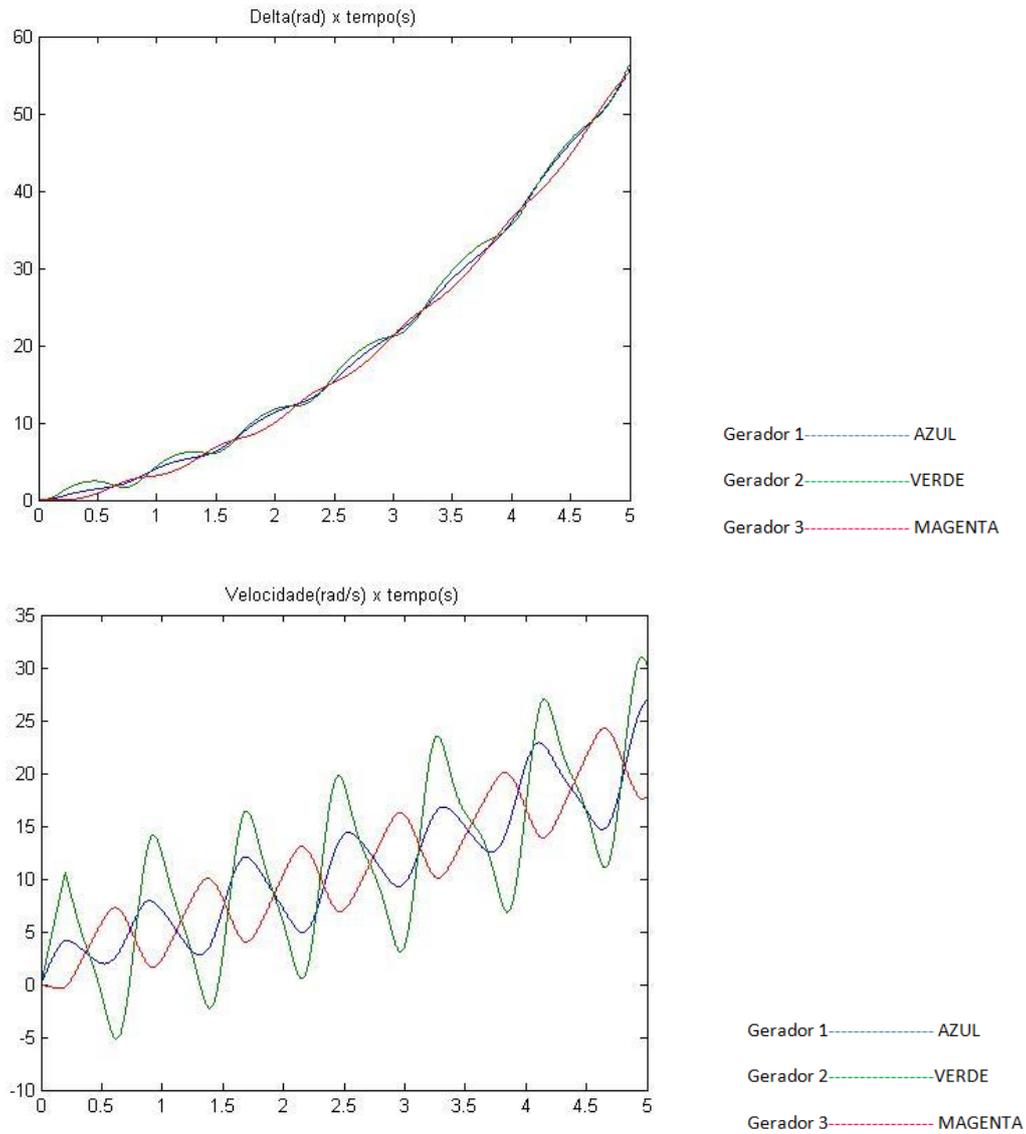
$$0,318\dot{\omega}_3 = 8,20 - 1,053^2 \cdot 8,61 - 2,51 \sin(\delta_3 - \delta_1) - 0,64 \cos(\delta_3 - \delta_1) \\ - 6,84 \sin(\delta_3 - \delta_2) - 1,3 \cos(\delta_3 - \delta_2)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3$$

A resolução dessas equações foram implementadas computacionalmente utilizando o método numérico de Runge Kutta de 4ª ordem com  $t_a$  iniciando em  $t_a = 0,01s$  e utilizando um passo de  $T = 0,01$ . E assim, o tempo crítico encontrado para este situação imposta foi de  $t_{cr} = 0,20s$ . Portanto, o tempo máximo que o sistema suporta em falta de modo que todos os geradores permaneçam em sincronismo é de 0,20 segundos.

A figura 27 apresenta o comportamento do sistema para  $t_a = t_{cr}$ . O instante do início da falta é em  $t = 0$ . Percebe-se os ângulos e as velocidades dos geradores oscilando próximos e num comportamento similar. Os geradores estão em sincronismo, o sistema é estável.

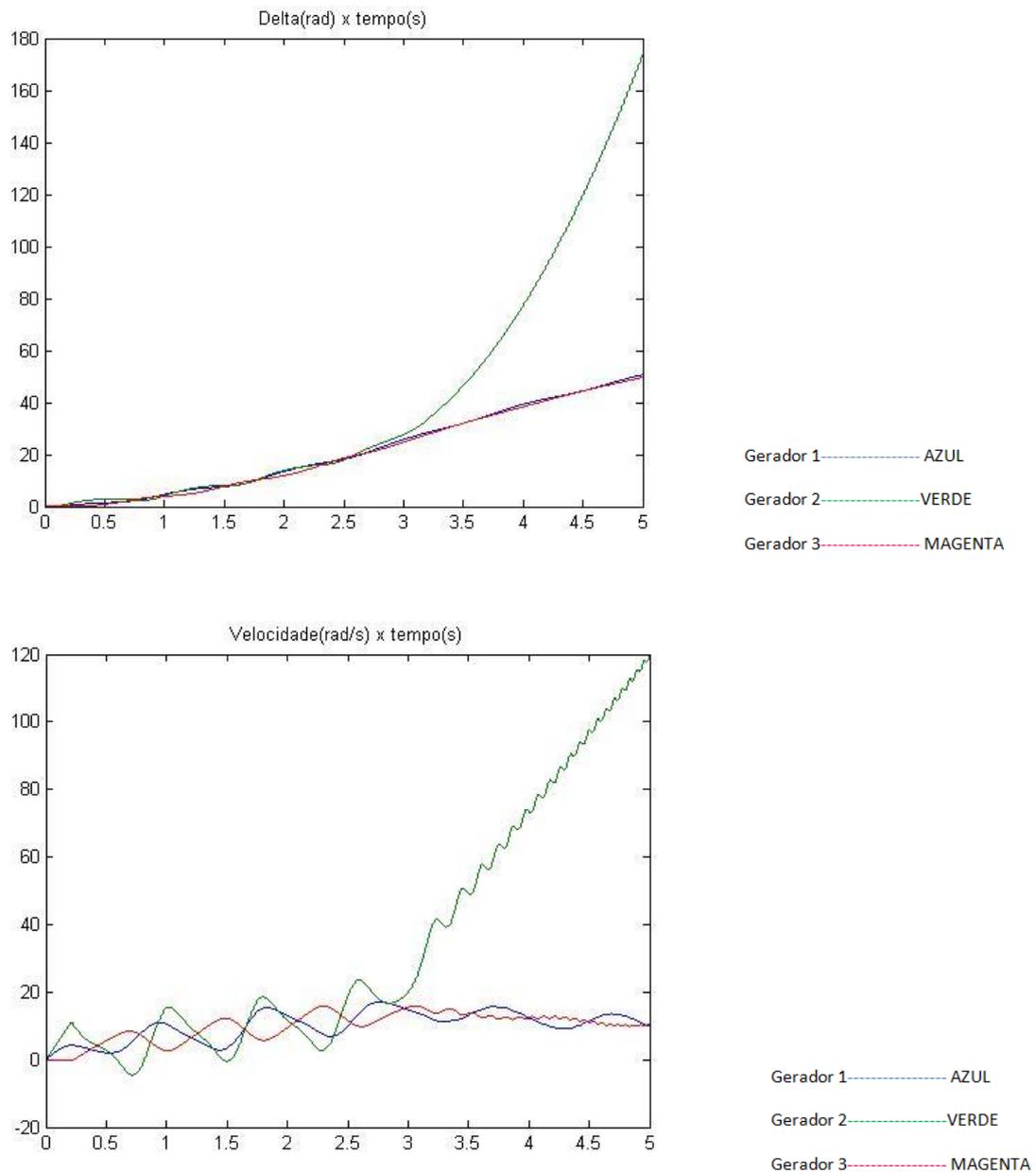
Figura 27: Sistema estável, curto na linha 1-2, barra 2.



Fonte: O autor.

Na figura 28 já é apresentado o comportamento do sistema para  $t_a = t_{cr} + T$ . O tempo que o sistema permanece em falta ultrapassa o tempo crítico. Um dos geradores já perde o sincronismo, o sistema é instável.

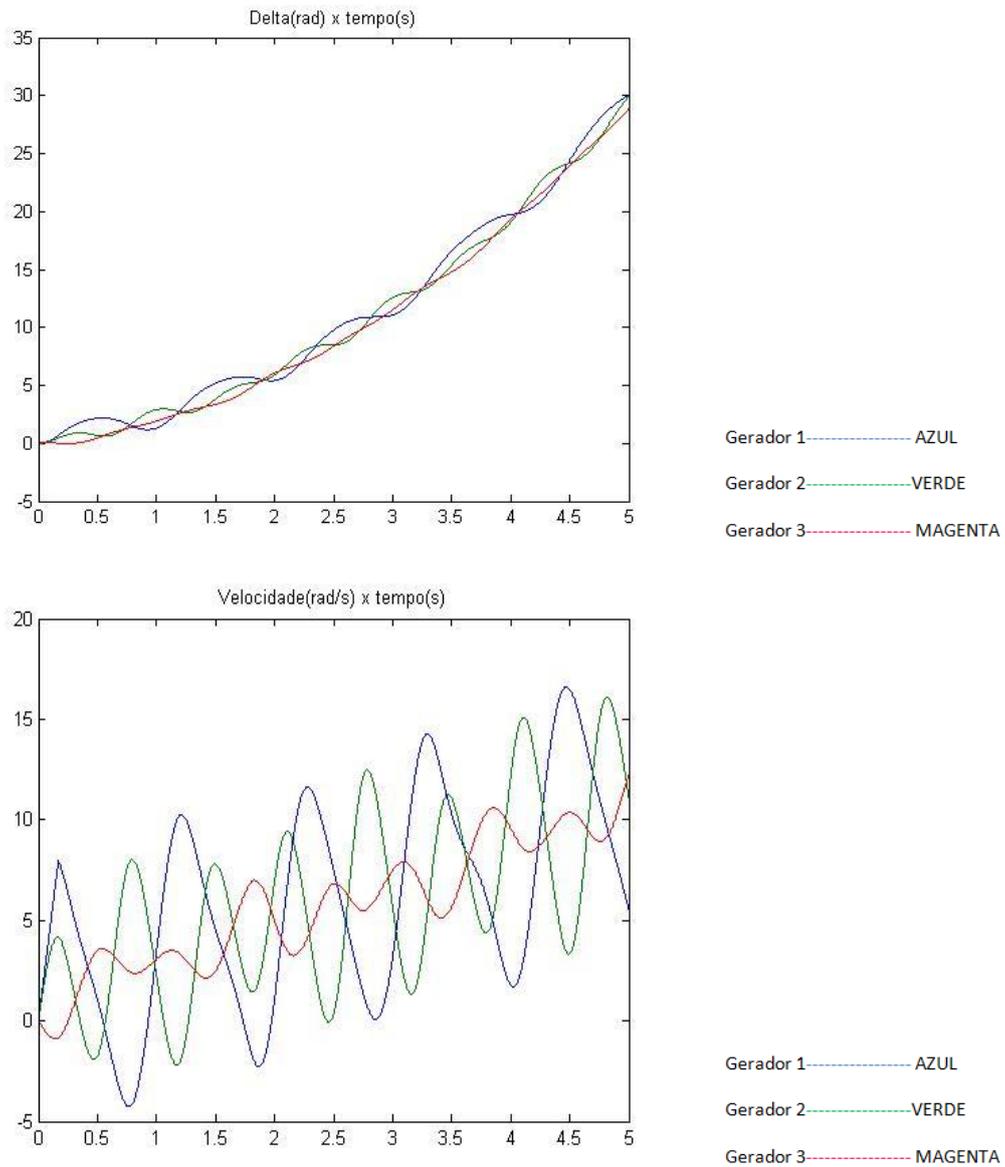
Figura 28: Sistema instável, curto na linha 1-2, barra 2.



Fonte: O autor.

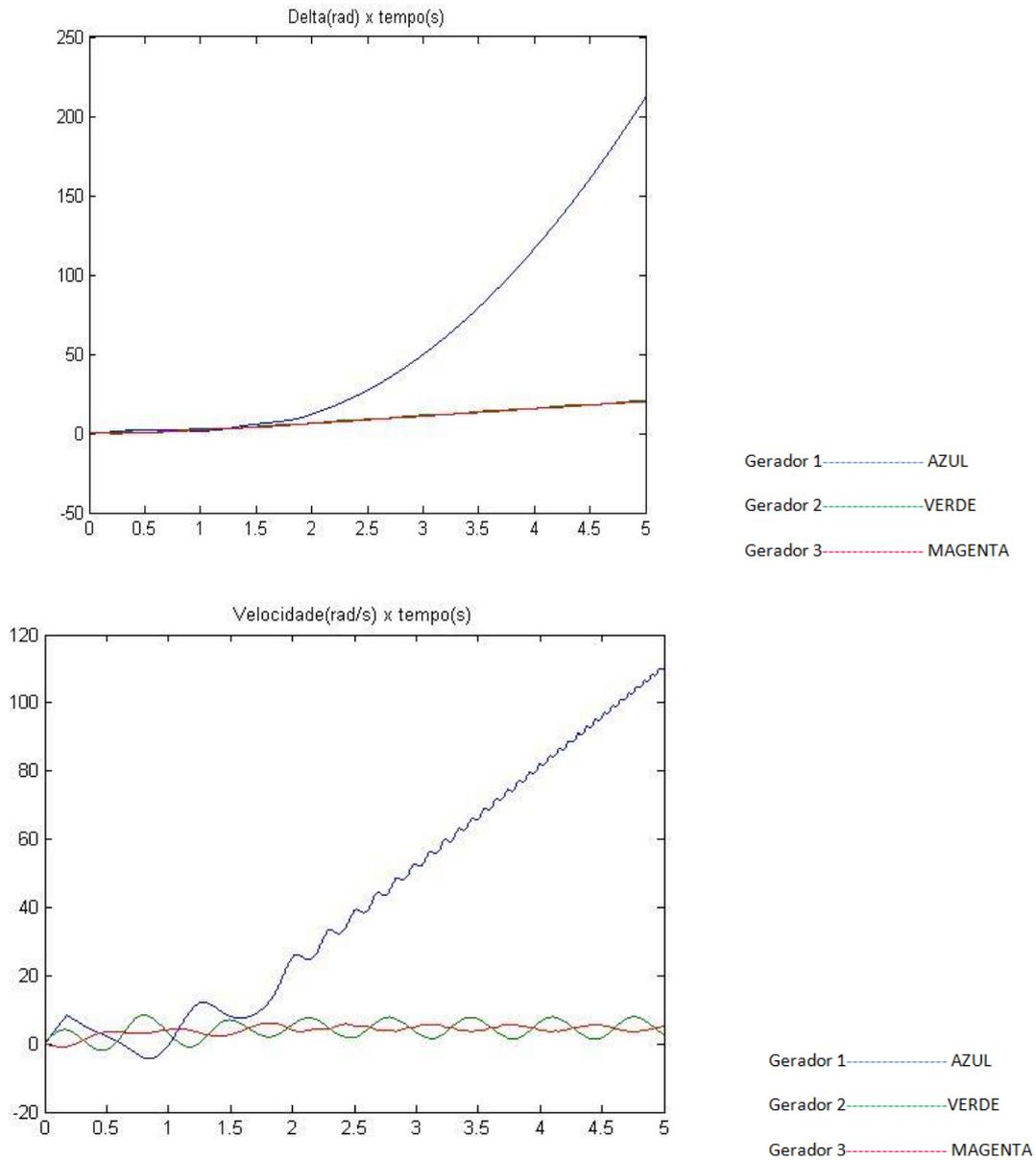
Após estes primeiros resultados foi simulado novamente um curto na linha entre as barras 1 e 2, mas agora sendo considerado na barra 1. Todo o processo foi executado novamente e o tempo crítico para essa nova situação foi de  $t_{cr} = 0,17s$ . Segue a seguir o comportamento do sistema.

Figura 29: Sistema estável, curto na linha 1-2, barra 1.



Fonte: O autor.

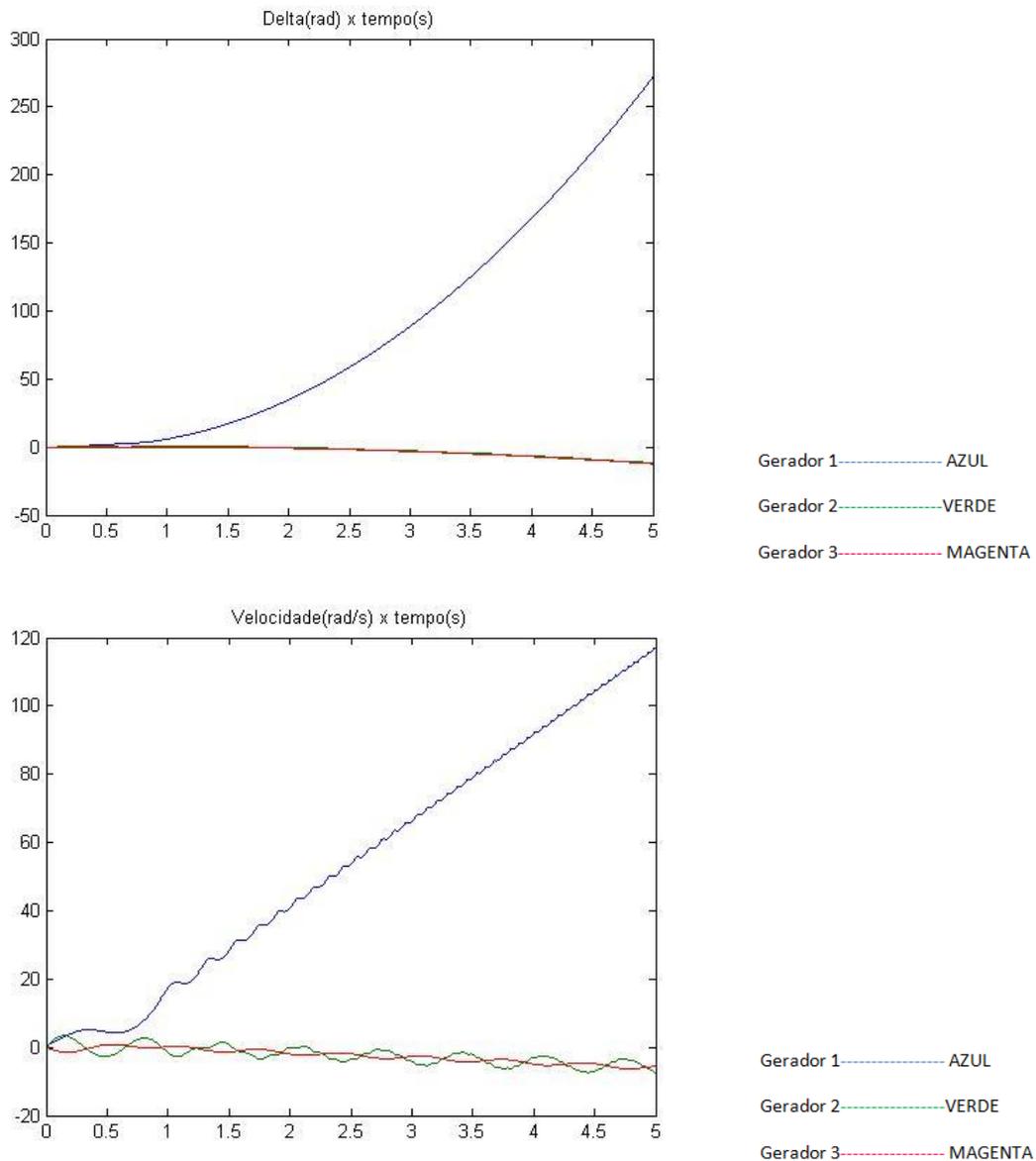
Figura 30: Sistema instável, curto na linha 1-2, barra 1.



Fonte: O autor.

Para o curto nas outras duas linhas do sistema, o comportamento foi diferente. Nas linhas entre as barras 1 e 3 e entre as barras 2 e 3 o curto é mais prejudicial, e mesmo para um tempo de abertura muito curto (por exemplo  $t_a = T = 0,01s$ ) o sistema não consegue se manter estável. Isso se deve ao fato de a barra 3 ter grande quantidade de carga ativa (12,4 p.u.). As figuras 27 e 28 apresentam o comportamento do sistema na simulação de um curto na linhas entre as barras 1 e 3 considerado bem próximo da barra 1, utilizando  $t_a = 0,01s$  (o menor possível no programa implementado).

Figura31: Sistema unicamente instável, curto na linha 1-3, barra1.

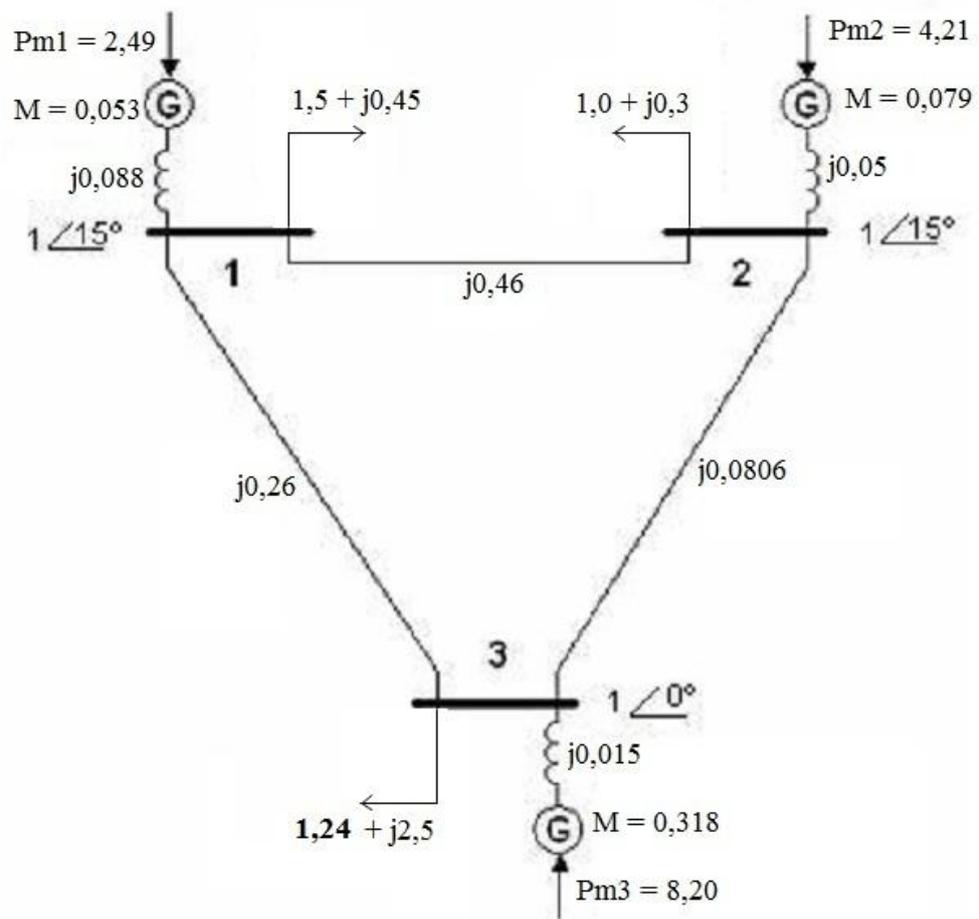


Fonte: O autor.

O mesmo comportamento ocorre para o curto na mesma linha, mas na barra3; e na linha entre as barras 2 e 3, tanto na barra 2 quanto na barra 3.

Com o objetivo de verificar se o problema é realmente a grande quantidade de carga ativa na barra 3, um novo sistema foi implementado alterando apenas da carga ativa nessa barra para 10% do seu valor (1,24 p.u.)

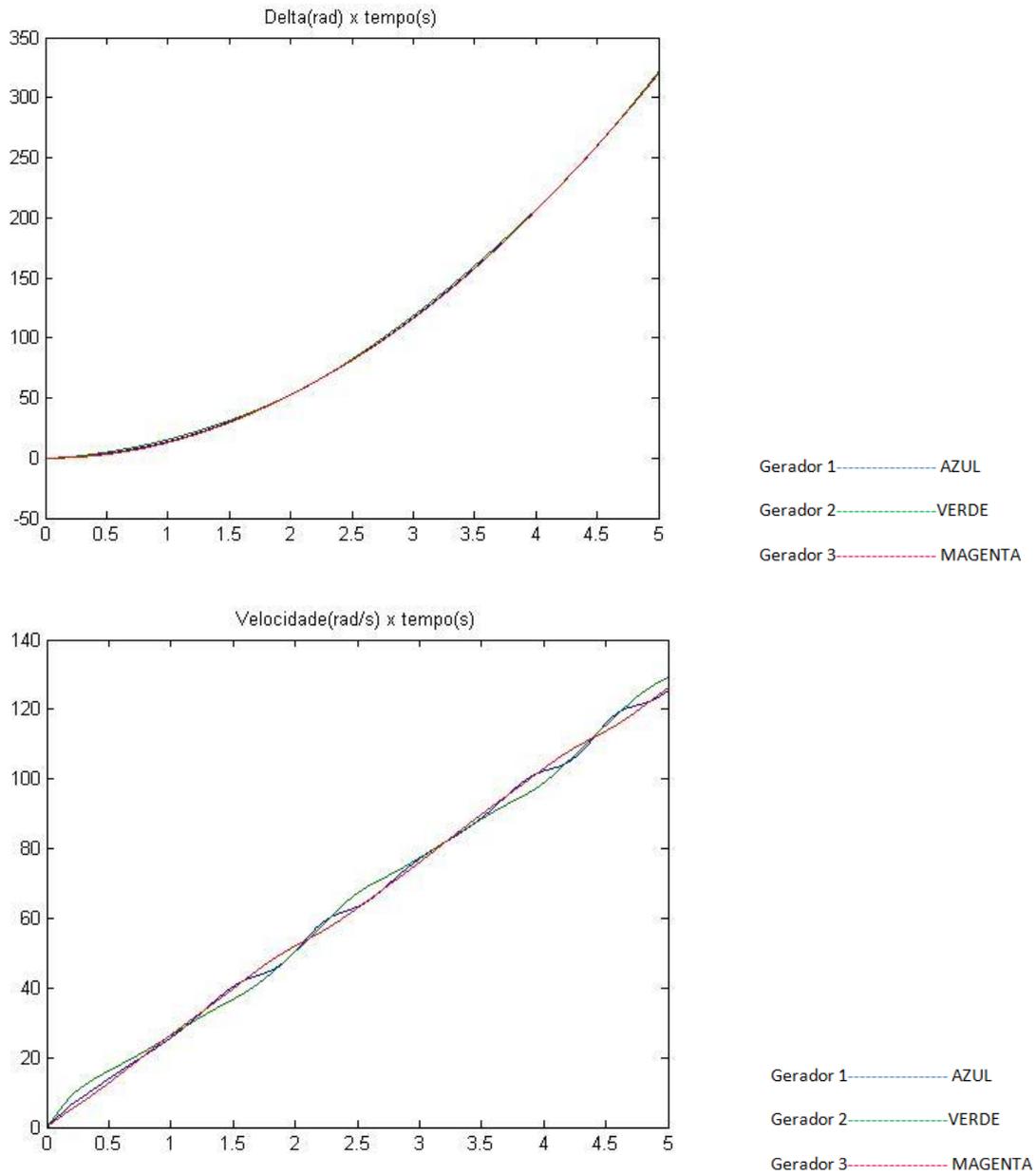
Figura 32: Sistema multimáquina com carga ativa reduzida na barra 3.



Fonte: Bretas e Alberto, 2000.

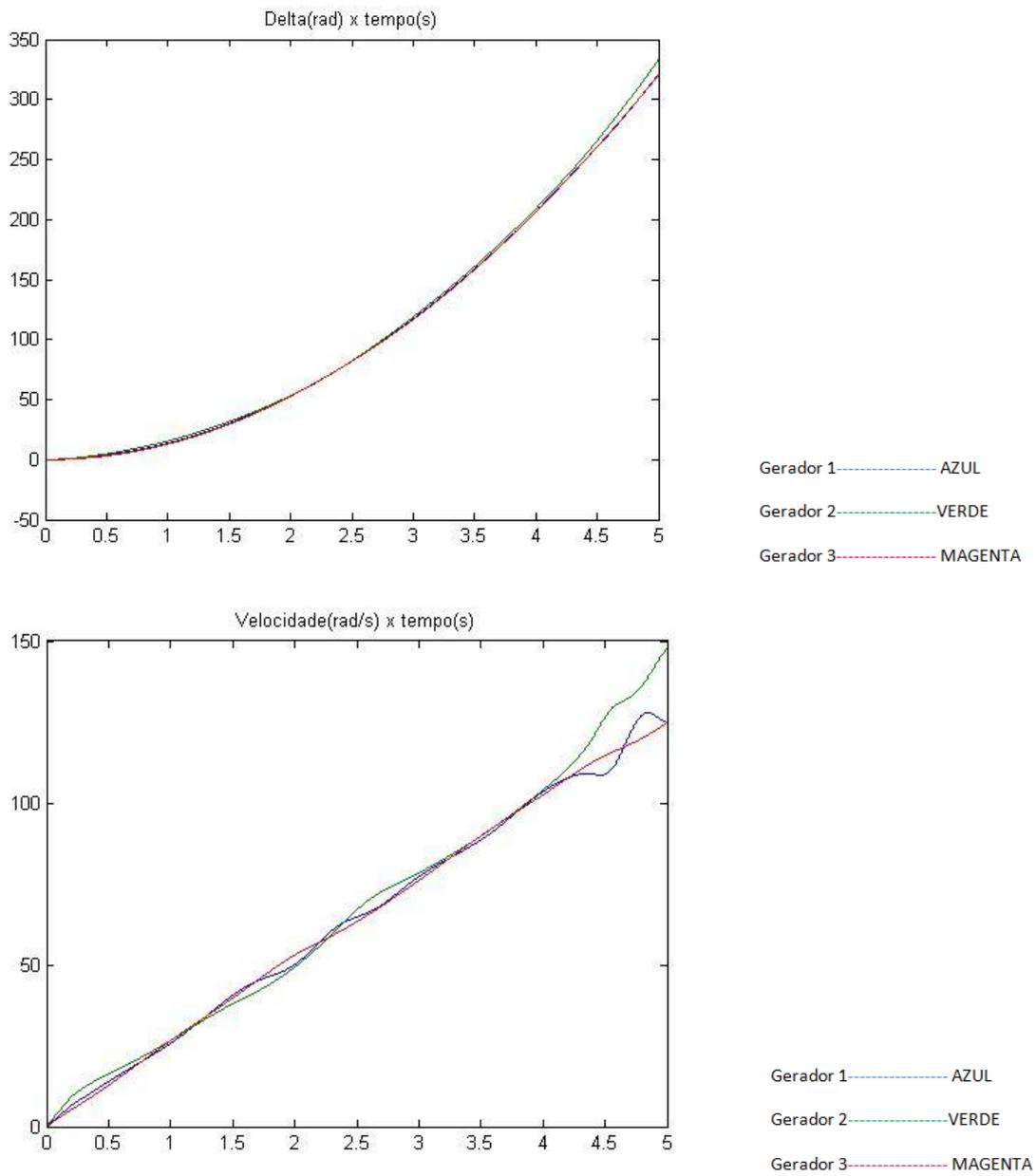
Feito isso, foram simuladas todas as situações de curto possíveis; em cada uma das duas barras de cada uma das três linhas. O resultado foi como o esperado, com a redução de carga no sistema, todas as situações simuladas tiveram um comportamento semelhante ao das duas primeiras situações simuladas nesta seção (figuras 27, 28, 29 e 30), ou seja, para todos os tipos de curto o sistema suporta um tempo mínimo em falta antes de perder o sincronismo. Como ilustração, apresentamos a simulação do curto na barra 3 da linha entre as barras 2 e 3.

Figura 33: Carga ativa reduzida. Sistema estável, curto na linha 2-3, barra3.



Fonte: O autor .

Figura 34: Carga ativa reduzida. Sistema instável, curto na linha 2-3, barra 3.



Fonte: O autor .

Na tabela 1 são apresentados os tempos críticos para cada situação de falta do sistema da figura 27.

TABELA 1: Relação de faltas e tempos críticos. Sistema com carga ativa reduzida

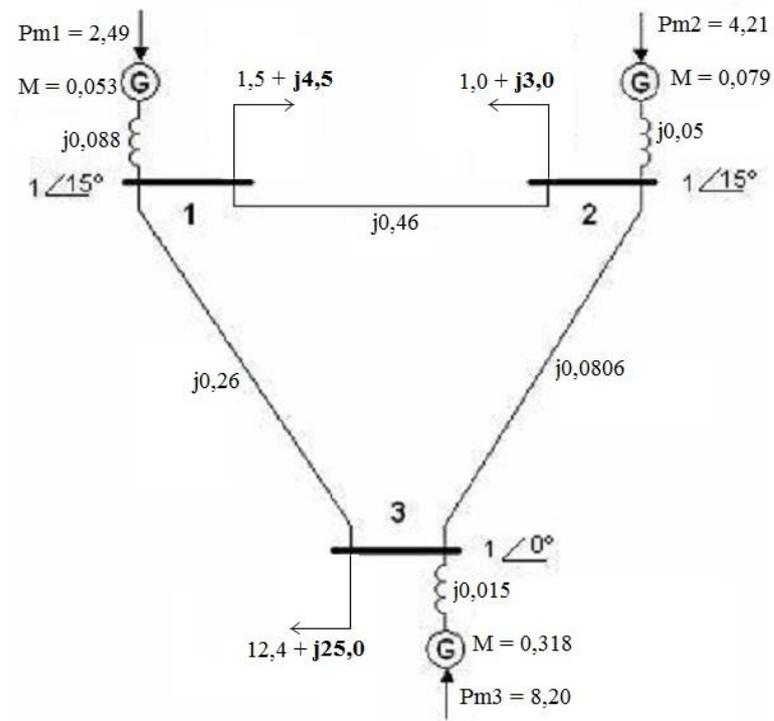
| Linha | Barra | Tcr (s) |
|-------|-------|---------|
| 1-2   | 2     | 0,32    |
| 1-2   | 1     | 0,40    |
| 1-3   | 1     | 0,51    |
| 1-3   | 3     | 0,45    |
| 2-3   | 3     | 0,19    |
| 2-3   | 2     | 0,13    |

Fonte: O autor.

E por último, uma última análise. O objetivo era verificar a influência da carga reativa na estabilidade transitória do sistema. Para isso, aumentou-se os valores de carga reativa nas três barras para dez vezes os valores originais. Em seguida foram simuladas duas situações:

1. Sistema com carga reativa aumentada 10 vezes. Curto na linha 1-2, barra2.
2. Sistema com carga reativa aumentada 10 vezes e carga ativa na barra 3 reduzida 10 vezes. Curto na linha 1-2, barra2.

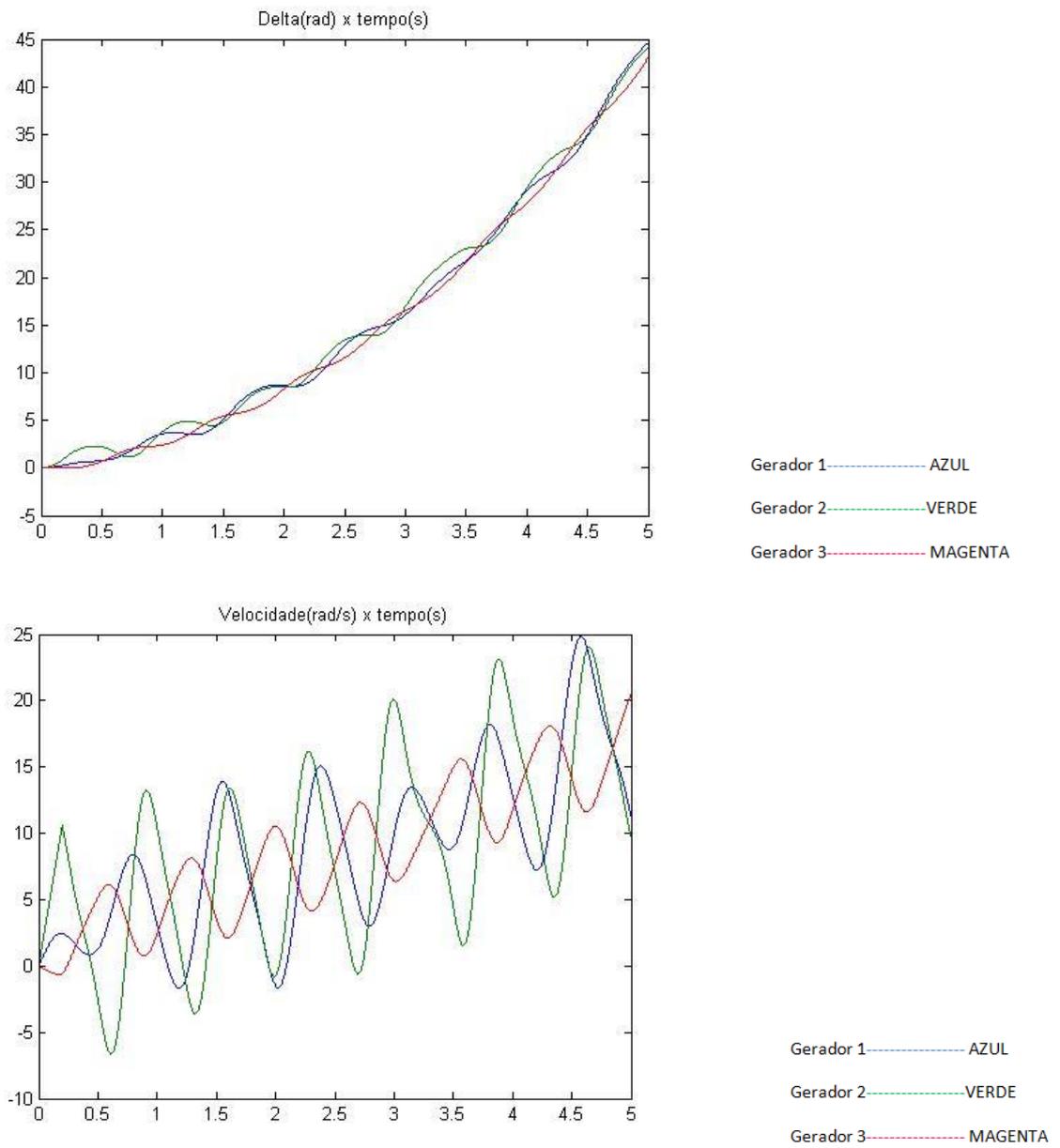
Figura 35: Sistema com cargas reativas aumentadas em 10 vezes.



Fonte: Bretas e Alberto, 2000.

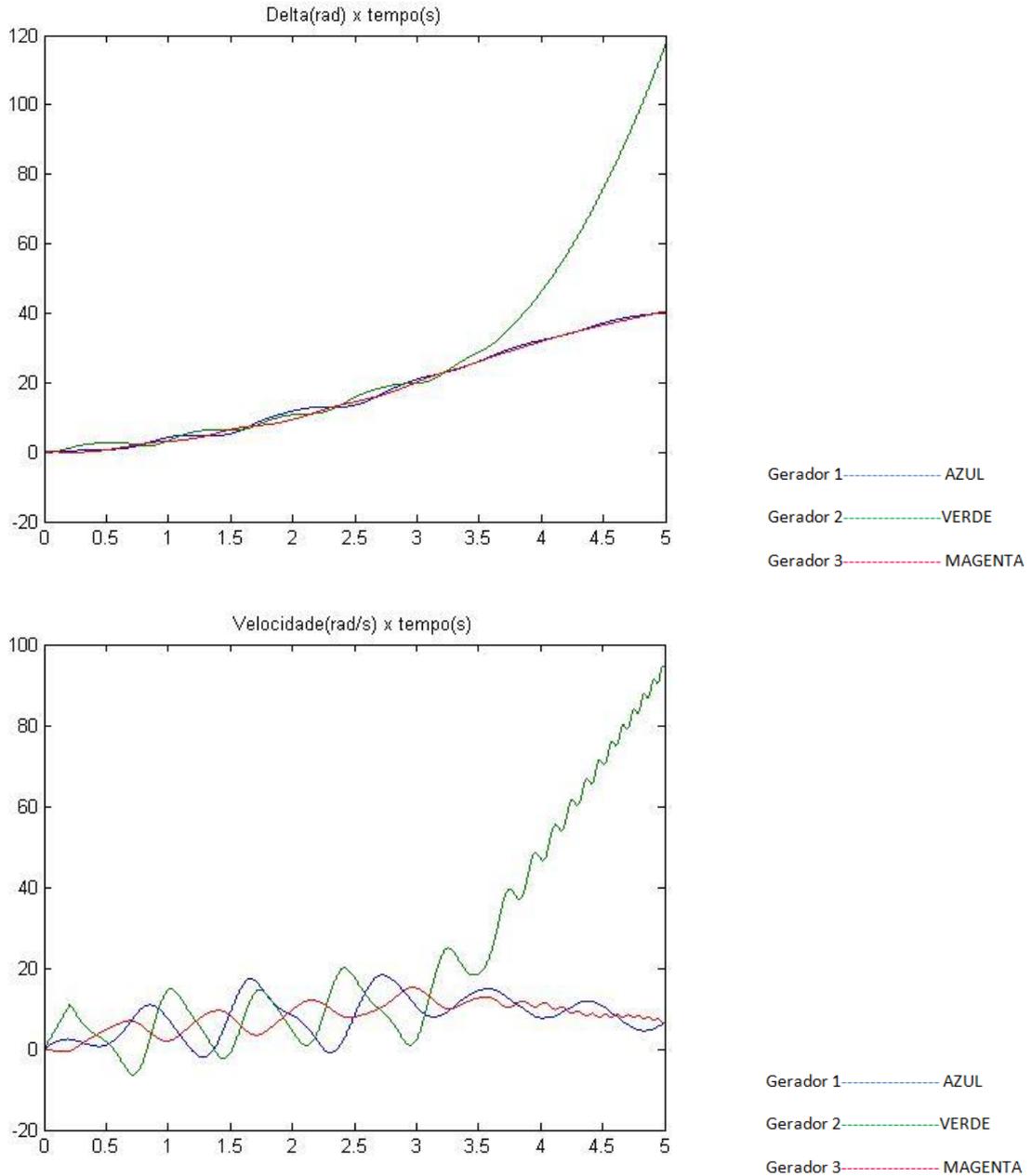
O resultado para esta primeira situação foi o das figuras 36 e 37 com um tempo crítico de  $t_{cr} = 0,20s$ , o mesmo para tal situação sem carga reativa aumentada.

Figura 36: Carga reativa aumentada. Sistema estável, curto na linha 1-2, barra 2.



Fonte: O autor

Figura 37: Carga reativa aumentada. Sistema instável, curto na linha 1-2, barra 2.



Fonte: O autor.

Como na situação 1, para a situação 2 o tempo crítico encontrado foi o mesmo que para a simulação sem carga reativa aumentada correspondente à essa ( $t_{cr} = 0,32s$ ).

Os resultados das situações 1 e 2 comparados às suas simulações correspondentes sem carga reativa aumentada, estão na tabela 2.

TABELA 2: Comparativo entre situações com e sem carga reativa aumentada.

| Sistema original   |       |         |
|--|-------|---------|
| Linha  | Barra | tcr (s) |
| 1-2  | 2     | 0,20    |
| Sistema com carga ativa reduzida                           |       |         |
| Linha  | Barra | tcr (s) |
| 1-2  | 2     | 0,32    |
| Sistema com carga reativa aumentada                        |       |         |
| Linha  | Barra | tcr (s) |
| 1-2  | 2     | 0,20    |
| Sistema com carga ativa reduzida e carga reativa aumentada |       |         |
| Linha  | Barra | tcr (s) |
| 1-2  | 2     | 0,32    |

Fonte: o autor.

A explicação da indiferença da potência reativa na estabilidade transitória está fundamentada no menor acoplamento entre esta e os ângulos dos geradores. Ao contrário da potência ativa, que depende do seno de  $\delta$  (equação 30), a reativa é influenciada pelo valor do cosseno de  $\delta$ . Para a situação em questão, os valores de  $\delta$  são pequenos (na faixa de  $0^\circ$  a  $30^\circ$ ) e o cosseno destes é bem próximo da unidade.

## 4.2 Discussão

A partir do observado nos estudos de caso, propõe-se algumas ações que podem ser tomadas para a melhoria da estabilidade de um sistema de potência.

A primeira delas é a redução da reatância do sistema de transmissão, que pode ser feita com a utilização de linhas com menor reatância ou com a adição de linhas de transmissão em paralelo. A adoção de transformadores com menores valores de reatância de dispersão e capacitores em série na linha também ajudam. Esse último recurso devendo ser adotado com cuidados para não operar em ressonância com frequência da linha.

A atuação rápida dos disjuntores na situação de falta é outro fator decisivo na estabilidade. Quanto mais rápida a atuação, menos aceleração os rotores adquirem minimizando a possibilidade da perda do sincronismo, com a ressalva de que em certas situações o curto pode ser momentâneo e não seria interessante essa rápida atuação e a retirada da linha do sistema. A escolha de geradores com rotores de maior inércia também auxilia na redução dessas acelerações. Existe ainda a utilização de dispositivos de balanço entre potência mecânica injetada no eixo e potência elétrica fornecida. Um exemplo são os “resistores de parada” (GLOVER, 2008), eles entram no sistema (acoplados aos geradores) no momento da falta. Com esse aumento de carga os rotores são “freados” aumentando a chance de se manter a estabilidade.

## 5 CONCLUSÕES

A modelagem matemática dos sistemas de potência estudados, bem com as implementações destas em computador, se mostraram eficazes, com resultados bem semelhantes aos apresentados nas referências.

No estudo do sistema multimáquinas as curvas dos gráficos têm comportamento similar às de um sistema MBI (Máquina, barramento infinito). Os geradores permaneceram em sincronismo entre si com os valores de ângulo e velocidade “caminhando” próximos, isso quando a situação é de estabilidade. A diferença deste estudo de caso é que as curvas não oscilam em torno de um valor fixo, como é no caso de um sistema MBI. Isso se dá devido à interdependência das “equações de swing”. Por exemplo: a equação do gerador 1 tem também como valores de entrada os ângulos dos geradores 2 e 3.

O sistema multimáquinas foi utilizado também para estudos mais amplos. Primeiramente, observou-se que este não suporta faltas nas linhas ligadas à barra 3. Devido à significativa carga ativa nessa barra, o sistema perde o sincronismo mesmo para valores mínimos de  $t_a$ . Isso foi comprovado no momento em que foram simuladas novas situações com 10% da carga ativa na barra 3. Para todas as situações analisadas, houve um tempo razoável para atuação dos disjuntores conseguindo manter-se o sincronismo, como pode ser verificado na tabela 1.

E por fim, também no sistema multimáquinas, verificou-se se há influência da carga reativa na estabilidade. As cargas reativas em cada barra foram aumentadas em dez vezes para a situação de carga ativa normal na barra 3 e para a situação de carga ativa reduzida na mesma barra. Verificou-se que, para o modelo implementado, o comportamento (curvas) do sistema nessas situações foi semelhante ao das situações originais relacionadas, com tempos críticos iguais como é apresentado na tabela 2. Vale lembrar que em situações reais os reativos exercem influência nos valores de tensão do sistema. Sendo assim o valor da potência ativa também varia e conseqüentemente a estabilidade do sistema sofre alterações.

Como sugestão para trabalhos futuros, a implementação computacional dessa modelagem para sistemas reais a fim de se poder estudar e discutir as características, falhas e trunfos destes sistemas. Desse modo melhoras significativas poderão ser trabalhadas. Sugere-se também a utilização de métodos energéticos (BRETAS, 2000) para esse mesmo estudo de estabilidade transitória.

## REFERÊNCIAS

ANDERSON, P.; FOUAD, A. A. **system control and stability Power**. UNITED STATES OF AMERICA:IEEE Power Systems Engineering Series, 1993.

BARBI, I. **Teoria fundamental do motor de indução**. Florianópolis: UFSC, 1985. 225 f. Disponível em: <<http://ivobarbi.com/novo/teoria-fundamental-do-motor-de-inducao>> Acesso em: 20 de abril, 2015.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade transitória em sistemas eletroenergéticos**. São Carlos - SP: EESC/USP, 2000.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C.; RAMOS, R. A. **Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade em sistemas elétricos de potência**. São Carlos - SP: EESC/USP, 2000.

DA MATA, C. G. **Uma contribuição na análise da estabilidade transitória dos sistemas elétricos de distribuição na presença de geração distribuída**. 2005. 122 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora – MG, 2005. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/ppee/files/2008/12/211044.pdf>>. Acesso em: 17 de abril, 2015.

**Eletrobras**. 2015. Disponível em: <<http://www.eletrobras.com/elb/data/Pages/LUMISB1B A38CDPTBRIE.htm>>. Acesso em: 15 de setembro, 2015.

GARCIA, L. M.; LOPES, L. G.; DA SILVA, P. M. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas**. 2013. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso Superior de Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <[http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1922/1/CT\\_COELE\\_2013\\_1\\_05.pdf](http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1922/1/CT_COELE_2013_1_05.pdf)>. Acesso em: 10 de setembro, 2015.

GLOVER, J. DUNCAN; SARMA, MULUKUTLAS; OVERBYE, Thomas J. **Power System Analysis and Design** ; International Student Edition, Fourth Edition, 2008.

GUIMARÃES, G. C. **Curso estabilidade de sistemas elétricos de potência**. 2009. Universidade Federal de Uberlândia – UFU, 2009. Disponível em: <<http://www.feelt.ufu.br>>. Acesso em: 25 de abril, 2015.

KOSOV, I.L. **Máquinas Elétricas e Transformadores**. 4. ed. Porto Alegre; Rio de Janeiro: Globo, 1982.

KUNDUR, P. et al. **Definition and classification of power system stability**. **IEEE Transactions on Power Systems**, TORONTO. v. 19, 2004.

KUNDUR, P. **Power system stability and control**. ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE, UNITED STATES OF AMERICA, Palo Alto, California. 1994.

MACHOWSKI, J.; BIALEK, J. W.; BUMBY, J. R. **Power System Dynamics: Stability and Control**. Reino Unido: John Wiley & Sons, 2008.

MENDES, L. O.; CORDEIRO, M. J.; DA SILVA, P. M.; DAHER, R.; DA SILVA, S. L. **Paralelismo e Sincronismo** 2010. 25 f. Trabalho publicado para o Curso (Graduação) – Curso Superior de Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010. Disponível em: <[http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1922/1/CT\\_COELE\\_2010\\_1\\_05.pdf](http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1922/1/CT_COELE_2010_1_05.pdf)>. Acesso em: 10 de setembro, 2015.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas - SP: Editora da Unicamp, 2003.

NAZARENO, I. S. **Método dinâmico para detecção de pbs e “shadowing” para cálculo do ponto de equilíbrio de controle em estudos de estabilidade transitória**. 2003. 132f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2003.

PAGOTTI, L. F. **Notas de aula da disciplina: sistemas elétricos**. 2010. Universidade Católica de Goiás – Departamento de Engenharia. Disponível em: <<http://professor.ucg.br/siteDocente/admin/arquivosUpload/7502/material/Sistemas%20Eletricos%20ucg.pdf>>. Acesso em: 27 de agosto, 2015.

STEVENSON JR., W. D. **Power system analysis**. Singapore: McGraw Hill Book Co, 1994.

STEVENSON JR., W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw Hill do Brasil, 1978.

VALLE, K. N. **Métodos numéricos de Euler e Runge-Kutta**. 2012. 40 f. Monografia de Pós-graduação em matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG como parte dos requisitos à obtenção do título de Especialista em Educação Matemática. Belo Horizonte - MG, 2012. Disponível em: <[http://www.mat.ufmg.br/~espec/Monografias\\_Noturna/Monografia\\_KarineNayara.pdf](http://www.mat.ufmg.br/~espec/Monografias_Noturna/Monografia_KarineNayara.pdf)>. Acesso em: 10 de outubro, 2015.

VANDER JR. N. **Educação em engenharia: estudo de metodologias pedagógicas e desenvolvimento de um software aplicado ao ensino de estabilidade de sistemas de energia elétrica**, Faculdade de Engenharia – UNESP, Ilha Solteira – SP, 2007.

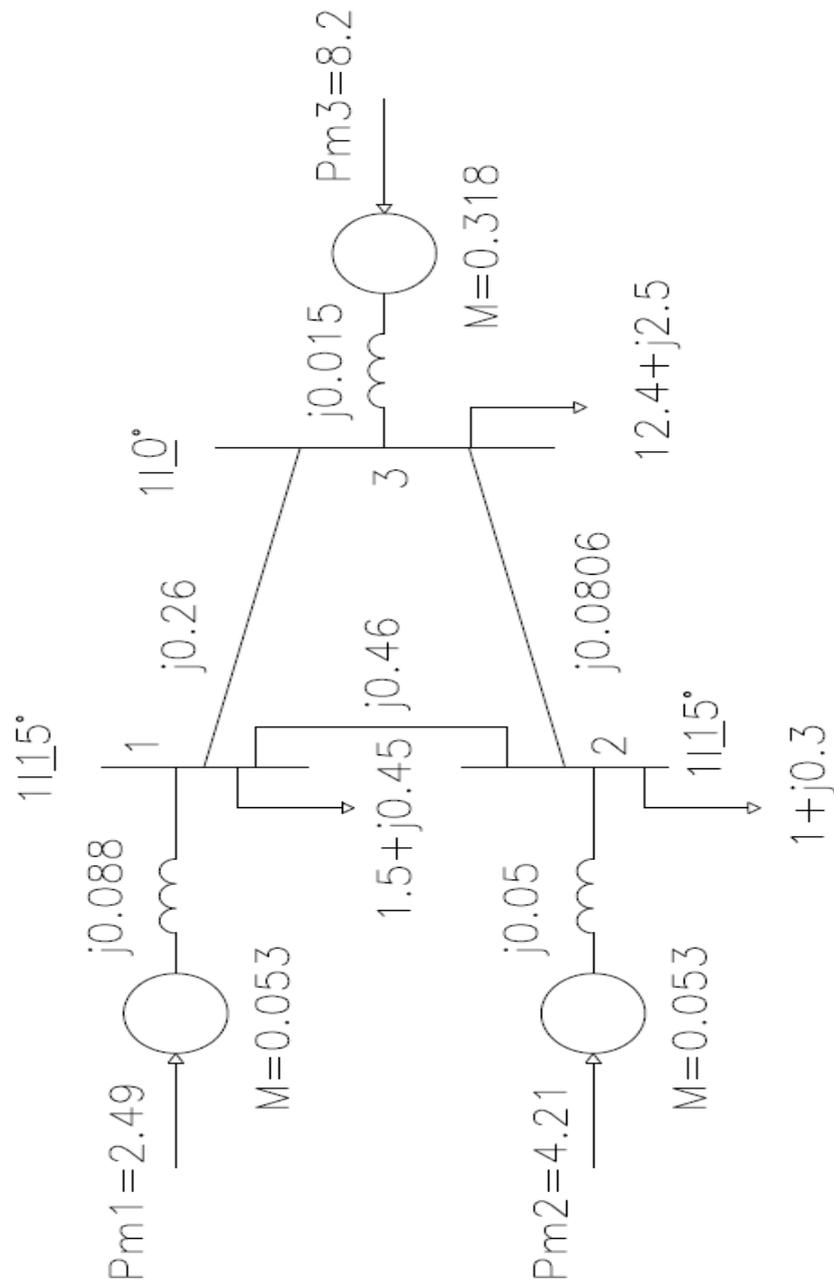
YU, Y. N. **Electric power system dynamic**. New York: Academic Press, 1983.

## ANEXO A- VALIDAÇÃO DO ALGORITMO

A seguir será apresentada a resolução, que utiliza o método Runge-Kutta, usada como validação dos resultados obtidos, está disponível no livro Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos (BRETAS e ALBERTO, 2000):

Seja o exemplo de três barras e três geradores, mostrado na Figura.

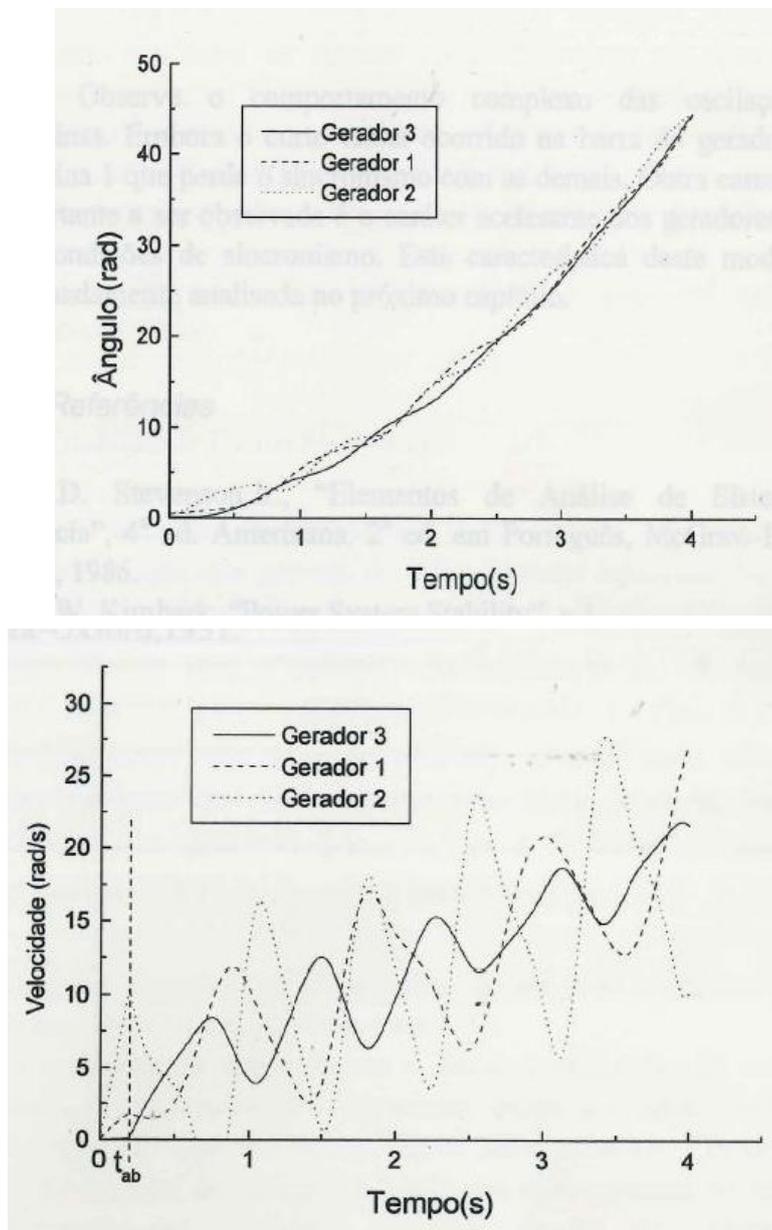
Figura – Sistema de três barras e três geradores



Fonte: Bretas e Alberto (2000).

As equações diferenciais que descrevem este problema foram resolvidas numericamente através do método de Runge-Kutta de 4º ordem. Os resultados das simulações, para um passo de integração igual a 0,002s, estão apresentados nos gráficos das Figuras. Os gráficos das figuras seguintes, apresentam uma situação em que as máquinas permanecem em sincronismo e, portanto considera-se que este sistema é transitoriamente estável. O tempo de abertura nesta situação é igual à 0,194s (BRETAS e ALBERTO, 2000).

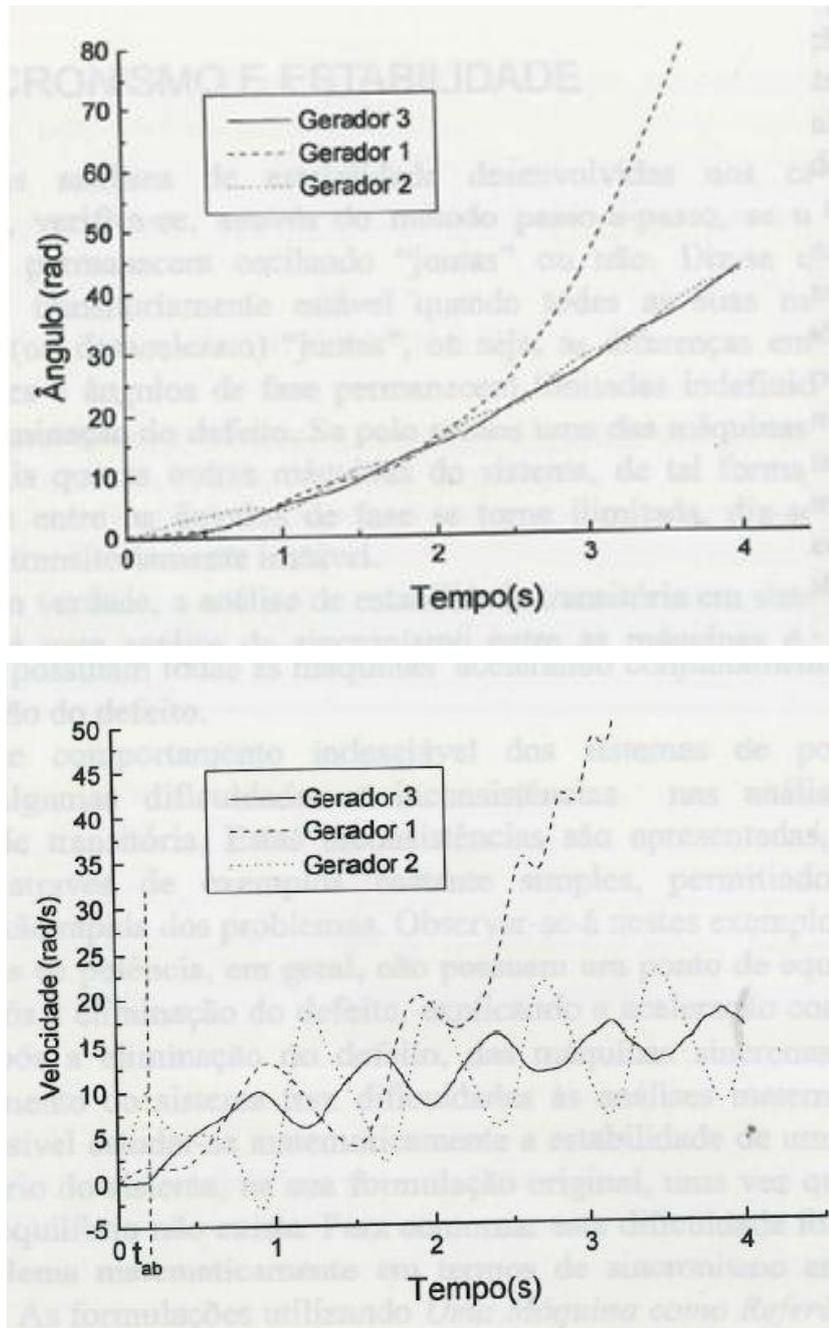
Figura- Curto na linha 1-2, Barra 2, Sistema transitoriamente estável



Fonte: Bretas e Alberto (2000).

Os gráficos a seguir apresentam uma situação onde as máquinas perdem o sincronismo, ou seja, o sistema é transitoriamente instável. Nesta situação abriu-se a linha com um tempo de 0,196s. Portanto, conclui-se que o tempo crítico de abertura está situado entre 0,194 e 0,196s.

Figura – Curto na linha 1-2, Barra 2, Sistema transitoriamente instável



Fonte: Bretas e Alberto (2000).